Anleitung
zur
Rechenkunst,
und praktischen
Geometrie,
in so ferne leztere die Vermessung und Berechnung der Linien und Flächen betrifft;

zunächst für die
Regiments-Schulen der königl. baierischen Armee,

und
zum Selbstunterrichte

herausgegeben
von

A. Pack,
Lieutenant und Lehrer der höheren Regiments-Schule im k. b. 11ten Linien Infanterie Regimente
(Freiherr von Kinkel).

Kempten, 1824.
gedruckt bei Alois Steinhauser, Besitzer der Roll'schen Buchdruckerei und Buchhandlung.

SBR 069026520082

Zuruf.

Hat auch der Jahre Lauf die Jugend übersprungen, —
Verliere dieserhalb zum Lernen nie die Lust;
Durch Fleiß und Dauer wurd' noch jedes Ziel errungen,
Gewißheit wird dein Lohn, wo Dunkles engt die Brust.
Sollt' schwer und dunkel dir der Zahlen Formel schei-
nen, —
Durch deren Regeln wir — was gleich — zum Gleichen
einen,
So denke: alles Thun der kämpfenden Soldaten
Wird immer vor der Schlacht nach dieser Kunst bera-
then. —
Wo gleiche Kräfte sind, dort setze gleiche Größen,
Wer anders handelt Freund! der liefert sicher Blößen;
Doch wer am gründlichsten das sich're Facit bringt, —
Der immer hier, wie dort die Palme sich erringt.
Und heftet sich dein Blick auf bürgerliches Handeln,
So findest Ordnung du, wo man zu rechnen weiß;
Doch viele mußten da von Haus und Hofe wandeln, —
Wo gegen diese Kunst man kälter war als Eis.
Jezt muthig an das Werk, die Sinne angestrengt,
Und heller wird der Blick, den Finsteres beengt.

W . . . . . r.

G 9/26
Staatliche Bibliothek
Regensburg

Anleitung

zur

Rechenkunst,

und praktischen

Geometrie,

in so ferne leztere die Vermessung und Berechnung der Linien und Flächen betrifft.

Erster Theil,

welcher das Numeriren und die vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen, die Tabellen über die baierischen Maaße und Gewichte, und die vorzüglichsten Münzen des Inn- und Auslandes, die gemeinen Brüche, die Auflösungen der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri nach dem gewöhnlichen und dem reesischen Ansatze, und mehrere andere im gewöhnlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle enthält; wie die Zeit- und Durchschnitts-Rechnung, die einfache und zusammengesezte Gesellschafts-Regel, dann die Progressions-Regel, die Regula-Falsi, die Ambulations-Regel, und die Regel, wie der Wache-Dienst zu repartiren ist.

Herausgegeben

von

Lieutenant A. Pack.

Kempten, 1824.

gedruckt bei Alois Steinhauser, Besitzer der Koll'schen Buchdruckerei, und Buchhandlung.

Vorrede
zum ersten Theil.

Die große Anzahl Schriften, welche seit kurzer Zeit über die Rechenkunst erschienen sind, scheinen ein neues Werk dieser Art ganz entbehrlich zu machen; allein ich kenne keines, welches so eingerichtet wäre, daß es erstens vorzüglich für Leute dienen könnte, die schon ein Alter von wenigstens 20 Jahren zurückgelegt, und in ihrer Jugend kaum die vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen gelernt haben, und daß es zweitens bei einem gleichen Umfange mit dem gegenwärtigen Werkchen zu einem eben so niederen Preise anzuschaffen sei, zu einem Preise, der auch dem Unbemittelsten die Anschaffung desselben nicht erschwert.

Diesen doppelten Zweck wollte ich in meinem Werkchen erreichen.

Bei Bearbeitung desselben benützte ich die mathematischen Schriften des königl. baie-

rischen Lyzeal-Professors der höheren Mathematik, Doktors der Philosophie, ersten Rektorats-Assessors am Gymnasium zu Kempten, korrespondirenden Mitgliedes der allgemeinen kammeralistisch-ökonomischen Gesellschaft zu Erlangen, Herrn Johann von Gott Bundschue, welcher die ausgezeichnete Güte hatte, mir seine allgemein bekannten Werke, wegen welchen er schon die schmeichelhaftesten Handschreiben von Ihren Majestäten unserm allergnädigsten König, und unserer allergnädigsten Königin erhielt, und deren Werth in mehreren gelehrten Zeitungen schon längst ausgesprochen ist, mit dem freundschaftlichen Anerbieten zuzustellen, mir das zu meinem Vorhaben Benöthigte ausheben zu dürfen.

Ob und in wie ferne mein Unternehmen in der ersten Beziehung gelungen oder mißlungen sei, darüber mögen Sachverständige, deren Ansichten ich achten werde, urtheilen. Allenfalls gefällige Bemerkungen, welche deßhalb zu mir gelangen, werde ich, im Falle eine zweite Auflage erfolgen sollte, mit vielem Danke benützen.

Sollte gegenwärtiges Werkchen dem Zwecke, welchen ich zu erreichen bemüht war, nicht so ganz entsprechen, so wünsche ich, daß es denen, für die es vorzüglich bestimmt ist, wenigstens so lange als Leitfaden dienen möge, bis ein zweckmässigeres an dessen Stelle tritt.

In jedem Falle aber finde ich mich für die Mühe, die ich auf Bearbeitung desselben verwendete, durch die Reinheit meiner Absicht, anderen, besonders Unteroffizieren und Soldaten der k. Armee, nützlich werden zu wollen, hinlänglich belohnt, und von diesem Gesichtspunkte aus bitte ich auch, das ganze Unternehmen zu betrachten.

Kempten,
am 1. Mai 1824.

Pack, Lieutenant.

Subscription.

A.

Exemplare

Königliches Haus.

Seine Königl. Hoheit der Prinz Carl von Baiern 12

Seine Königl. Hoheit der Herzog von Leuchtenberg, Fürst von Eichstädt 6

B.

Konigl. Baier. Armee.

I.

Generalität.

a) Generäle 8

Seine Excellenz der Hr. Generallieutenant Freiherr von Kinkel, Innhaber des k. b. 11ten Lin. Inf. Regiments; Seine Excellenz der Hr. Generallieutenant, und Commandant der 3ten Armee Division, Bar. v. Lamotte; Se. Excell. der Hr. Generallieut., und Commandant der 4ten Armee Division, Baron von Vieregg; der Herr General-Major, Graf Deroi; der Hr. General-Major, u. Brigad., Freihr. von Diez; der Hr. General-Maj., u. Brigadier, Graf v. Buttler; der Hr. General Maj., u. Brigadier, Freih. v. Hertling, und der Hr. General-Maj., u. Brigadier, von Kirschbaum.

b) derselben Adjutanten . . . 7

der Hr. Hauptmann Prösel, 1ter Adjut. bei der 1ten Divis.; die Hrn. Oberlieutenante: Bouhler, Brigade Adjutant; Lindpaintner, 1ter Adjutant bei der 3ten Divis.; Dollacker, Brgd. Adjut., u.

Exemplare

Ehrensberger, Brgd. Adjut., u. die Hrn. Lieutenante: Gleußner, Brgd. Adjut., und Baron v. Gumppenberg, Brigade Adjutant.

II.

Kommandantschaften.

Kommandantschaft in Würzburg 1
Der Herr Plaz-Major von Wunschwitz.

III.

Garden.

a) Grenadier Garde Regiment . 152
In solchem: der Hr. Oberstlieutenant von Greis; die Hrn. Hauptleute: Freih. v. Großschedl, Freih. v. Berger, u. Klein; die Hrn. Oberlieutenante: Krazeisen, u. Hertel; die Hrn. Lieutenante: Wetzstein, v. Ottenthal, Künsberg, Hellmuth, v. Regemann, u. v. Walter; die Regiments-Bibliothek, dann 139 Unteroffiziere und Grenadiere.

b) Garde du Corps Regiment zu Pferd 15
In solchem: der Hr. Oberst-Command., Graf von Lerchenfeld (2); der Hr. Rittmeister Freih. von Pflumern; der Hr. Oberlieut. u. Regim. Adjut. von Schäzler; die Regiments-Bibliothek (6), dann 5 Unteroffiziere.

IV.

Infanterie.

a) Linien Infanterie Regimenter.

1tes Regiment 109
In solchem: der Hr. Oberstlieut. v. Zwanziger; der Hr. Lieutenant und Baons. Adjutant Klein, dann 107 Unteroffiziere und Soldaten.

2tes Regiment 125
In solchem: der Herr Lieutenant Keim, dann 124 Unteroffiziere und Soldaten.

Exemplare

3tes Regiment 96

In solchem: der Hr. Oberst-Command., Graf von Ysenburg; der Hr. Oberstlieut. Fahninger; der Hr. Major v. Candler; die Hrn. Hauptleute: v. Lüneschloß, Schube (3), v. Fremery, Weniger, Bernreither, u. Beith; die Hrn. Oberlieutenante: Lodter (Regiments Adjut.), Ruyland, Bäumer, Flacho, Klee, u. Wackenreiter; die Hrn. Lieutenante: von Merkel, v. Langenmantel, Oettinger, Weigele, Lomer, und v. Gimmi; die Hrn. R. Cadeten: v. Precht, Baur (Feldwebel), und Haid (Sergeant); die Regiments-Schule (12), dann 58 Unteroffiziere.

4tes Regiment 93

5tes Regiment 84

6tes Regiment 179

In solchem: der Hr. Oberstlieutenant Kunst; der Hr. Hauptm. Riß; der Hr. Oberlieut. July; die Hrn. Lieutenante: v. Brück, Bauer (Regim. Adjut.), Mathaus (Baons. Adjut.); der Hr. Junker Faust; der Hr. Unter-Adjutant Harnischfeger; die Hrn. Reg. Cadeten: Molitor (Feldwebel), v. Brück (Sergeant), Trifar (Corporal), und Peters, dann 167 Unteroffiziere und Soldaten.

7tes Regiment 78

In solchem: die Hrn. Hauptleute: Schmeckenbecher, v. Grebmer, u. Steidl; die Hrn. Oberlieutenante: Hellbild, Hopfer, und Kaiser; die Hrn. Lieutenante: Schaudig (Baons. Adjut.), Gundelfinger, u. Bacherle; der Hr. Junker Zimmermann; die Hrn. Regim. Cadeten: Rappel, Kaiser, Bruckmaier, v. Claner, und Schulze (Sergeanten), Hoffmann, Hosemann, Heberling, Seyberth u. Zech (Corporäle), dann 58 Unteroffiziere und Soldaten.

8tes Regiment 149

In solchem: die Hrn. Hauptleute: von Lehmingen, von Heeg, Stein, Narzis, Baron Scheben, Poez, und von Maillinger; die Hrn. Oberlieutenante: Dillmann (Regim. Adjut.), u. Bauer; die Hrn Lieutenante: Löw (Baons. Adj.), Saurer, u. Seyffert; die Hrn. Regiments Cadeten: Seidl, Drexler, Baron v. Reigersberg, und Saurer, dann 133 Unteroffiziere und Soldaten.

Exemplare

9tes Regiment 110

In solchem: die Hrn. Hauptleute: Roppelt, von Bronzetti, Leizenberger, Bar. v. Haller, von Voit, und Ott; der Hr. Oberlieut. Murrmann; die Hrn. Lieutenante: Bremser, Mulzer, vanderMonden, Mesch, Hornung, Ditthorn, und Röder, dann 96 Unteroffiziere und Soldaten.

10tes Regiment 167

In solchem: der Hr. Oberst-Command., Baron von Reichlin Meldegg; der Hr. Oberstlieut. Fortis; der Hr. Major Fuchs; die Hrn. Hauptleute: von Distl, v. Xylander, v. Schäffer, von Pernat (2), und von Imhoff; die Herren Oberlieutenante: Gasner, von Schlößl, Elmerich, und Wineberger; die Hrn. Lieutenante: Pletzer, Mender, Merkl, von Walther, Birett, Heilland, Obermaier, von Hann, Kunst, Müller, Westermaier, und Bock; der Hr. Fahnenjunk. Bar. v. Gobel; die Hrn. Regim. Cadeten: Ziegelwalner (Feldwebel), Schlägl, Busch (Sergeanten), Ammann, Lindenfels, Sutor, und Dippel (Corporäle); die Regiments-Bibliothek, dann 133 Unteroffiziere und Soldaten.

11tes Regiment 153

In solchem: der Hr. Oberst-Command., von Flad; der Hr. Oberstlieut. Nickels; die Hrn. Majore: Herbst, und von Spitzel (2); die Hrn. Hauptleute: von Stengel, Schropp, Graf Ysenburg, v. Phull, Kneipp, und Weiß; der Hr. Regiments Quartiermeister Büchner; die Hrn. Oberlieutenante: Kuepach, Veiel, Müßig, Schmitt, Bijot, Hohbach (Regim. Adjut), Bredauer, Baron von Gobel, Weininger, und von Wachter; die Hrn. Lieutenante: Zwengauer, von Horn, v. Wieser, Herzog, von Laufenstein, Zerwick (Baons. Adjut.), Bieling, Schreiber, Pfersdorf, Ziegler, und Steiniken; die Hrn. Junker: Frankl, und Fischer; die Hrn. Regim. Cadeten: Martin (Sergeant), Geltner (Corporal), v. Lupin, und v. Seuter (vize Corporäle), dann 114 Unteroffiziere und Soldaten.

12tes Regiment 150

Exemplare

13tes Regiment 156

In solchem: der Hr. Oberst-Command., v. Weinrich; der Hr. Major von Oswald; die Hrn. Hauptleute: Bosch, Kraus, v. Besserer, Wallade, Pfretzschner, und Faber; die Herren Oberlieutenante: Schnitzlein, Assimont, Rummel, Münster, Königsacker, Ott, Burkhardt, Döderlein, Häußler (Regim. Adjut.), u. v. Kropf; die Hrn. Lieutenante: Schegck, Hagen, Bemmel, Sartorius, Baudenbach, Ränz, Holler, Vogel, Friedmann, Schmidt, Pusch, Krodel, Greiffeld, Erhardt, Becker, Zailler, Altmann, von Arnim, Hechtel, Hildenbrand, Hoffmann, Pflaumer, Henze, und Graf Schönburg; der Hr. Junker Häußler; die Hrn. Regiments Cadeten: Veith (Serg.), Pfretzschner, und Uebelacker (Corporale); die Regiments-Bibliothek, dann 109 Unteroffiziere und Soldaten.

14tes Regiment 120

In solchem: der Hr. Oberst-Command., von Treuberg; der Hr. Oberstlieut. Herrmann; die Hrn. Hauptleute: Graf von Leublfing, Saalmüller, Dreßler; der Hr. Oberl. u. Regim. Adj. Mändler; die Hrn. Lieutenante: May, Engelhard, Freiherr von Asch, Meißner, und Graf Fugger; die Hrn. Junker: Esch (2), und Eulenhaupt; die Hrn. Regiments Cadeten: Rupp, Eckert, Weber, Straub (2) (Sergeanten), Eckert, Leykamm, Harrach, Heinemann, und Pelletier (Corporale); die Regiments-Bibliothek, dann 95 Unteroffiziere und Soldaten.

15tes Regiment 160

16tes Regiment 94

In solchem: die Hrn. Hauptleute: von Gradinger, Kern, Wöhr, Grötsch, und Schrott; der Hr. Oberlieut. und Regim. Adjut. Bucher; der Hr. Lieut. Gaube; der Hr. Junk. Graf Spreti; die Hrn. Regim. Cadeten: von Bünau, Cleßin, Nehr, und Holzapfel; die Regiments-Bibliothek, dann 81 Unteroffiziere uud Soldaten.

b) Jäger Bataillone.

1tes Bataillon 71

Exemplare

2tes Bataillon 60
In solchem: der Hr. Major und Command., Freih. v. Jeetze; der Hr. Hauptm. Leeb; die Hrn. Oberlieutenante: Graf Benzel Sternau, u. v. Ruösch; der Hr. Lieutenant Nützel; die Hrn. Cadeten: v. Gähler, von Schönbrunn, von Arnim, von Reigersberg, Ernst, und v. Oberländer; die Bataillons-Bibliothek, dann 48 Unteroffiziere und Soldaten.

V.

Cavalerie.

a) Linien Cüraßier Regimenter.

2tes Regiment 34
In solchem: der Hr. Lieutenant und Regim. Adjut. Zimmer; der Hr. Junker von Hertlein, dann 32 Unteroffiziere.

b) Chevauxlegers Regimenter.

1tes Regiment 75
In solchem: der Hr. Oberst-Command., Karl von Rittmann; der Hr. Oberstlieut. v. Fuchs; der Hr. Rittmeister Angelini; der Hr. Regiments-Quartiermeister Liedel; der Hr. Oberlieutenant Graf von Joner; der Hr. Lieutenant und Regiments Adjut. Silverio; der Hr. Junker Herter; der Hr. Regim. Cadet Trombetta; die Regim.-Bibliothek; die Regim.-Schule, dann 65 Unteroffiziere.

2tes Regiment 2
In solchem: die Regiments-Bibliothek.

3tes Regiment 70
In solchem: der Hr. Oberst-Command., Freiherr v. Seckendorf (2); der Hr. Lieut. u. Regim. Adjut. Paßavant; die Hrn. R. Cadeten: Wengner (2ter Wachtmeist.), und Graf von Rantzau, dann 65 Unteroffiziere und Chevauxlegers.

5tes Regiment 105
In solchem: die Herren Majore: von Hacke, u. v. Zieglauer; der Hr. Rittmeister von Fürstenwärther; die Herren Lieutenante: Schmidt,

Exemplare

Kirschbaum, u. Baumann; der Hr. Junk. Bar. v. Hugenpoet; die Hrn. R. Cadeten: Höcht (2) (Wachtmeister), v. Maier, v. Balistier, v. Merken, und Burgartz (Corporäle); die Regim.-Schule, dan 91 Unteroffiziere und Chevauxlegers.

6tes Regiment 40
In solchem: der Hr. Oberst-Command., Freih. von Zandt; der Hr. Oberlieut. Sebus; die Hrn. Aktuare: Deistel, u. Rauh; die Hrn. R. Cadeten: Werther, Baron v. Stromer, und Riediger, dann 33 Unteroffiziere und Chevauxlegers.

C.

Königliche Landwehr.

Landwehr Regiment zu Nürnberg . 1
In solchem: der Herr Major und Command., Rhau.

D.

Civil.

In Kaufbeuren 3
Hr. Bertele, rechtskundiger Magistrats-Rath (2), und Hr. Jak. Schmidt, Spitalverwalter.

In Kempten 7
Hr. Bundschue, Doktor und Profeßor; Hr. von Hermann, königl. Advokat; Hr. Lansberger, k. Ober-Zoll- und Hall-Beamter; Hr. Ott, k. Salzoberfaktor; Hr. Geist, Oberlehrer an der höh. Bürgerschule; Hr. Wieser, k. Straßen- und Wasserbau-Praktikant, und Hr. Prestel, Engelwirth in der Neustadt.

In Lenzfried, k. Landg. Kempten . 1
Herr Greiter, Schullehrer.

In Memmingen 3
Herr J. Jakob von Wachter, Großhändler; Hr. Karl Aug. von Wachter, Großhändler, und Hr. Thomas, Magistrats-Rath.

Exemplare

In München 1
Seine Excellenz der Herr Oberststallmeister, Baron von Kesling.

Anmerkung: Die bei einigen Herren Subscribenten beigefügten Zahlen bedeuten, daß dieselben auf so viele Exemplare, als diese Zahlen ausdrücken, subscribirt haben.

Inhalt.

Vorbegriffe.

Vorläufige Erklärungen . . Seite 1. §. 1 bis §. 11.

I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und den vier Rechnungsarten ganzer unbenannter, und solcher benannter Zahlen, wo nur Einheiten einer und der nämlichen Benennung vorkommen.

I. Abschnitt. Vom Numeriren . . . . S. 7. §. 12 — §. 22.
II. Abschnitt. Von der Zusammenzählung, oder Addition . . . . . S. 21. §. 23 — §. 25.
III. Abschnitt. Von der Abziehung, oder der Subtraktion . . . S. 27. §. 26 — §. 31.
IV. Abschnitt. Von der Vermehrung, oder Multiplikation . . S. 39. §. 32 — §. 38.
V. Abschnitt. Von der Theilung, oder Division . . . . . S. 57. §. 39 — §. 44.

II. Hauptstück.

Vom Reduziren und den vier Rechnungsarten mit benannten ganzen Zahlen verschiedener Benennung.

I. Abschnitt. Vom Reduziren:
A. Erklärungen . . . . S. 79. §. 45.

B. Die vorzüglichsten beim baier. Maaße, Gewichte ꝛc. vorkommenden Reduktionszahlen:
1) Vom Längenmaaße . . S. 80. §. 46.
2) Vom Flächenmaaße . . S. 84. §. 47.
3) Vom Körpermaaße . . S. 86. §. 48.
4) Vom Getränkmaaße . . S. 88. §. 49.
5) Vom Getraid-, Mehl- und Kalkmaaße . . . . S. 90. §. 50.
6) Vom Pappiermaaße ꝛc. . S. 93. §. 51.
7) Vom Gewichte . . . . S. 94. §. 52.
8) Vom Zeitmaaße . . . S. 99. §. 53.
9) Von verschiedenen Münzen S. 105. §. 54.
C. Die einfache und zusammengesezte Reduktion niederer Einheiten auf höhere, und umgekehrt . . . . S. 118. §. 55 — §. 59.

II. Abschnitt. Die vier Rechnungsarten ganzer benannter Zahlen von verschiedener Benennung.
A. Bemerkungen, die in diesem Abschnitte vorkommenden Regeln ꝛc. betreffend S. 124. §. 60.
B. Die Addition mit ganzen benannten Zahlen . . . . S. 127. §. 61.
C. Die Subtraktion mit ganzen benannten Zahlen . . . . . S. 131. §. 62 — §. 63.
D. Die Multiplikation mit solchen Zahlen . . . . . . S. 136. §. 64 — §. 65.
E. Die Division mit solchen Zahlen S. 143. §. 66 — §. 71.
F. Das arithmetische Medium, und die Durchschnittsberechnung ꝛc. betreffend S. 151. §. 72 — §. 73.

III. Hauptstück.

Von den gemeinen Brüchen.

I. Abschnitt. Vorläufige Erklärungen und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen . S. 160. §. 74 — §. 88.

II. Abschnitt. Die vier Spezies oder Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen:
a) Regeln der Addition der Brüche S. 192. §. 89.

b) Regeln der Subtraktion der Brüche . . . . S. 196. §. 90.
c) Regeln der Multiplikation der Brüche . . . . S. 201. §. 91.
d) Regeln der Division der Brüche S. 205. §. 92.
e) Verwandlung der zusammengesezten Brüche in einfache . . . . S. 208. §. 93.
f) Brüche reesisch mit einander zu multipliziren . . . . S. 209. §. 94.
g) Brüche reesisch mit einander zu dividiren . . . . S. 213. §. 95.

IV. Hauptstück.

Von der Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen zur Auflösung der Regel=Detri, nach dem gewöhnlichen und reesischen Ansatze, und auf verschiedene, im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfälle.

I. Abschnitt. Aufgaben der Regel-Detri nach dem gewöhnlichen Ansatze, und ohne Brüche . . . . . S. 218. §. 96 — §. 101.
II. Abschnitt. Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri mit ganzen und gebrochenen Zahlen nach dem gewöhnlichen und reesischen Ansatze:
1) Die Auflösung der geraden einfachen Regel-Detri . . . . . . S. 237. §. 102.
2) Die Auflösung der verkehrten einfachen Regel-Detri . . . S. 246. §. 103.
3) Die zusammengesezte gerade Regel-Detri . . . . S. 255. §. 104.
4) Die zusammengesezte verkehrte Regel-Detri . . . . . . S. 259. §. 105.
5) Die zusammengesezte gerade und verkehrte Regel-Detri zugleich S. 265. §. 106.
6) Beispiele zur Uebung . . S. 268. §. 107.
III. Abschnitt. Von verschiedenen im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfällen:

a) Aufgaben der Regel-Detri mit vorkommenden Reduktionen . . S. 269. §. 108.
b) Die einfache Gesellschafts-Rechnung . . . . S. 272. §. 109.
c) Die zusammengesezte oder doppelte Gesellschafts-Regel . . . . . . S. 275. §. 110.
d) Das Dezimalmaaß in das Duodezimalmaaß, und umgekehrt, zu verwandeln . . . . S. 278. §. 111.
e) Von der Progessions-Regel . S. 281. §. 112.
f) Die Regula Falsi . . . . . S. 283. §. 113.
g) Von der Ambulations-Regel S. 287. §. 114.
h) Von der Repartition des Wache-Dienstes . . . . S. 291. §. 115.
i) Beispiele zur Uebung . . . S. 307. §. 116.

Vor

Vorbegriffe.

§. 1.

Rechenkunst oder Arithmetik.

Rechnen heißt mit Hülfe bekannter Zahlen unbekannte finden.

§. 2.

Zahl.

Eine Zahl ist eine Menge von Einheiten gleicher Art, z. B. Häller und Häller, Pfenninge und Pfenninge, Kreutzer und Kreutzer, Gulden und Gulden, Lothe und Lothe, Pfunde und Pfuude, Metzen und Metzen, Schäffel und Schäffel, Quarteln und Quarteln, Maaße und Maaße, Eimer und Eimer, Sekunden und Sekunden, Minuten und Minuten, Stunden und Stunden, Tage und Tage, Jahre und Jahre, u. s. w.; nicht aber Kreutzer und Gulden, Lothe und Pfunde, u. s. w.

§. 3.

Einheit.

Ist die Rede von einem einzigen Soldaten, von einer einzigen Patrontasche rc., so be-

zeichnet man dadurch eine Einheit ihrer Art, wodurch alle Verbindung mit andern ihres Gleichen, oder mehrmalige Setzung des nämlichen Dinges ausgeschloßen ist.

Unter einer Einheit versteht man nur ein einziges Ding, wo nur ein Einziges, da sind nicht zugleich mehrere Dinge der nämlichen Gattung; in diesem Sinne schließt die Einheit die Vielheit aus.

§. 4.
Vielheit.

Die Vielheit entsteht durch Wiederholung oder mehrmalige Setzung des nämlichen Dinges. Die Zahl ist ein Inbegriff von Einheiten, welche immerhin anzeigt, wie viel Dinge der nämlichen Art da sind, oder gedacht werden müßen; sage ich z. B. acht Ladstöcke, so drücke ich eine Zahl von Ladstöcken aus, weil hier der Ladstock mehrmal genommen, die genannte Zahl von acht Ladstöcken giebt.

§. 5.
Zählen.

Darunter versteht man angeben und bestimmen, wie viel Dinge der nämlichen Gattung und Beschaffenheit vorhanden sind.

§. 6.
Abstrakte und konkrete Zahlen.

Unter einer abstrakten oder ungenannten Zahl versteht man diejenige Zahl, bei der die

besondere Beschaffenheit der zusammengezählten Einheiten gar nicht in Betrachtung kömmt; hingegen eine konkrete oder genannte Zahl ist eine solche, die eine Menge von Einheiten einer gewissen Gattung bestimmt. Sage ich z. B. sieben überhaupt, so drücke ich eine ungenannte Zahl aus, sage ich aber sieben Trommeln, so ist dieses eine genannte Zahl.

§. 7.

Höhere und niedere Einheit.

Eine mehrere niedere Einheiten in sich begreifende Zahl ist eine höhere Einheit; eine niedere Einheit ist jene, aus der, wenn sie bestimmtemal genommen wird, die höhere Einheit entsteht; z. B. ein Pfund, ein Loth ꝛc. sind höhere Einheiten, weil das Pfund zwei und dreißig Loth, und das Loth vier Quinteln hat; nimmt man aber z. B. das Loth zwei und dreißigmal, so ist dieses eine niedere Einheit gegen das Pfund, und auf diese Art entsteht immer aus der niederen die nächst höhere Einheit.

§. 8.

Primitive Einheit.

Darunter begreift man eine Einheit, das heißt, eine solche, die nicht als Inbegriff niederer Einheiten betrachtet wird; z. B. ein Gulden, ein Kreutzer ꝛc. sind keine primitive Einheiten, weil der Gulden sechzig Kreutzer, und dieser acht Häller hat. Im Gegentheile aber die Zahl 1,

ferner ein Häller ꝛc. sind primitive Einheiten, wenn man sie nicht mehr in ihre Theile auflöset, und sie somit nicht mehr als ein Vielfaches einer andern Einheit ansieht.

§. 9.
Größe.

Jede Zahl ist eine Größe; überhaupt versteht man unter einer Größe alles dasjenige, was sich vermehren, oder vermindern läßt, oder, wo man etwas hinzuthun, oder davon wegnehmen kann.

§. 10.
Ganze und gebrochene Zahlen.

Eine Größe, wenn sie als eine Einheit, oder als Inbegriff mehrerer Einheiten betrachtet wird, heißt eine ganze Zahl; so sind z. B. ein Gulden, vier Kreutzer ꝛc. ganze Zahlen.

Wenn aber eine Größe nur einen Theil oder mehrere Theile einer andern Größe, folglich nicht das Ganze davon ausdrückt, so ist sie eine gebrochene Zahl; z. B. ein halbes Pfund ist eine gebrochene Zahl, indem da nur ein Theil des Pfundes, also nicht das ganze Pfund ausgedrückt wird.

§. 11.
Arithmetische Zeichen.

Man hat in der Arithmetik, damit man nicht immer die Sachen mit Worten ausdrücken muß, einige Zeichen zur Abkürzung eingeführt, und diese sind folgende:

1) Die Zeichen der vier Rechnungsarten:

a) Das Zeichen der Zusammenzählung ist dieses (+); es wird gelesen durch „und“, wie auch durch „plus — mehr“, z. B. 3 + 4 heißt 3 und 4, oder 3 plus 4;

b) Das Zeichen der Abziehung ist dieses (—); es wird gelesen durch „weniger — minus“, z. B. 8 — 5 heißt 8 weniger 5, oder 8 minus 5.;

c) das Zeichen der Vermehrung ist dieses (×), oder auch ein Punkt (.); z. B. 3 × 6 oder 3 . 6 heißt 3 multiplizirt mit 6;

d) Das Zeichen der Theilung ist dieses (:), oder auch der Querstrich (/); z. B. 8 : 4 oder 8 / 4 heißt 8 dividirt — getheilt mit 4.

2) Das Zeichen der Gleichheit (Signum aequalitatis) ist dieses (=), und wird gelesen „gleich, oder äqual“; es drückt aus, daß die linksstehenden Größen zusammen genommen ebensoviel ausmachen, wie die rechtsstehenden; z. B. 3 + 4 = 7; das heißt, 3 und 4 ist ebensoviel, wie 7, oder: 3 und 4 geben 7.

3) Die Ungleichheit drückt dieses Zeichen (>) dergestalt aus, daß die Spitze auf die kleinere, und die Oeffnung auf die größere Größe hinweiset; z. B. 6 < 8 heißt: 6 ist kleiner als 8, und 9 > 4 heißt: 9 ist größer als 4.

4) Das Zeichen (∽) drückt die Aehnlichkeit aus; z. B. A ∽ B heißt: die Größe A ist der Größe B ähnlich.

5) Zur Bezeichnung der Kongruenz dient das *Zeichen* ($\cong$); z. B. A $\cong$ B will sagen: Die Grössen A und B sind einander ähnlich und gleich, das ist, kongruent.

6) Das *Unendlichgroße* wird durch (∞), und das *Unendlichkleine* durch ($\frac{1}{\infty}$) bezeichnet.

I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und den vier Rechnungsarten ganzer unbenannter, und solcher benannter Zahlen, wo nur Einheiten einer und der nämlichen Benennung vorkommen.

I. Abschnitt.

Vom Numeriren.

§. 12.

Vom Zählen.

Im gemeinen Leben wird gewöhnlich, wie man es schon von Jugend auf lehrt, von eins bis zehn gezählt. Die Größe der Zahl „zehn“ so wie einer jeden der vorhergehenden „neun, acht, sieben, ꝛc.“ ist uns sogleich bekannt, sobald wir sie uns nur denken, oder aussprechen hören; sodann zählen wir zehn und eins, zehn und zwei, zehn und drei, zehn und vier, ꝛc. oder kürzer „eilf, zwölf, dreizehn, vierzehn ꝛc.“, bis wir auf eine Zahl kommen, die zweimal so groß ist, als zehn, und diese nennen wir „zwanzig ꝛc.“, dann fangen wir wieder bei eins an und sagen „ein und zwanzig, zwei und zwanzig, ꝛc.“ bis wir auf eine Zahl kommen, die drei=, vier=,

fünf-, sechs-, sieben-, acht-, neunmal so groß ist, als zehn, und nennen sie dann „dreisig, vierzig, fünfzig, sechzig, siebenzig, achtzig, neunzig“; zu neunzig zählen wir dann wieder eins, zwei, 2c. bis wir eine Zahl erhalten, die zehnmal so groß ist, als zehn, diese heißen wir dann Hundert.

Nun zählt mann wieder, mit eins angefangen, als „Hundert eins (Hundert und eins), Hundert zwei, Hundert drei, 2c.“, und so erhält man dann zwei Hundert, drei Hundert 2c.; zehn Hundert heißt man Tausend, tausendmal Tausend eine Million, eine Million Millionen eine Billion, eine Million Billionen eine Trillion, eine Million Trillionen heißt man eine Quatrillion 2c. — Auf diese Weise kann das Zählen, und Vergrößern der Zahlen immer fortgesezt werden; zu jeder gegebenen noch so großen Zahl kann man immer wieder neue Einheiten hinzusetzen, und der dadurch größer gewordenen Zahl eine neue Benennung geben; um deßwillen sagt man, das Vergrößern der Zahlen, und das Zählen könne in's Unendliche fortgesezt werden, indem unendlich eben das genannt wird, was keine Grenzen hat, und somit immer fortgesezt werden kann.

§. 13.

Bezeichnungsarten der Zahlen.

Die Römer wählten einige Buchstaben ihres Alphabets, um damit die Zahlen auszudrücken; sie bezeichneten eins mit I, zwei mit II, drei mit III, fünf mit V, zehn mit X, fünfzig mit L, Hundert mit C, fünf Hundert mit D oder IↃ,

und Tausend mit dem Buchstaben M oder mit CIↃ. Sie zählten die Zahlen dieser Zeichen zusammen, welche auf folgeude Art gelesen werden, als z. B. VI für sechs, VII für sieben, VIII für acht, XI für eilf, XII für zwölf, XIII für dreizehn, XV für fünfzehn, XVI für sechszehn ꝛc., XX für zwanzig ꝛc.; wenn aber ein kleineres links vor einem größern Zahlzeichen steht, so zieht man das erstere von dem größeren ab, und wird z. B. IV für vier, IX für neun, VL für fünf und vierzig, XL für vierzig, XC für neunzig, LD für vier Hundert und fünfzig, CD für vier Hundert, CM für neun Hundert gelesen. Diese Zahlzeichen werden römische Ziffern genannt. Bei öffentlichen Aufschriften ꝛc., um Jahreszahlen auszudrücken, werden sie noch oft gebraucht. Die Jahreszahl „ein Tausend acht Hundert und vier und zwanzig" wird demnach so geschrieben: „MDCCCXXIV" oder „CIↃIↃCCCXXIV."

Anmerkung: Die zweite Art, womit die Römer fünf Hundert (IↃ) und Tausend (CIↃ) ausdrückten, läßt sich so erklären, daß das Zeichen von fünf Hundert im Grunde auch nichts anderes als ein großes lateinisches D, — und das von Tausend so gestaltet sei, daß der in der Mitte sich befindliche Strich mit dem ihm links stehenden C den einen, — und mit dem ihm zur rechten Seite gesetzten Ↄ der andern fünf Hunderten ausmache.

Wenn man einzelne Theile einer schriftlichen Abhandlung gerne in einer bestimmten Ordnung anführen will, so bedient man sich auch dieser Zahlzeichen, so wie auch der kleinen und großen lateinischen Buchstaben; um also nicht mit Worten schreiben zu müßen: „Erstens, Zweitens,

Drittens, Viertens ꝛc.," schreibt man: „I, II, III, IV, ꝛc." oder „A, B, C, D, ꝛc." oder „a, b, c, d, ꝛc."

Diejenigen Zeichen, die man statt der gewöhnlichen Worte gebraucht, die Zahlen damit auszudrücken, werden Ziffern genannt. Mit den bekannten neun Ziffern nebst der Nulle kann man alle mögliche Zahlen auf eine recht einfache und leicht begreifliche Weise darstellen.

Diese Zeichen der Zahlen sind folgende:

1.	2.	3.	4.	5.
Eins.	Zwei.	Drei.	Vier.	Fünf.
6.	7.	8.	9.	0.
Sechs.	Sieben.	Acht.	Neun.	Null.

Die Worte, die unter diesen Zahlzeichen stehen, bestimmen, wie sie gelesen werden.

Da man behauptet, daß diese Zeichen, womit wir unsere Zahlen ausdrücken, aus Arabien gekommen sein sollen, so werden sie arabische Ziffern genannt.

Aus dem Grunde nennt man das lezte Zeichen Null oder Nichts, weil es an und für sich, oder wenn es allein steht, nichts bedeutet. Es wird nur gebraucht, um einen leeren Plaz auszufüllen, in welchem keine Ziffer steht, damit die übrigen Ziffern an ihre gehörige Stelle kommen.

§. 14.

Der zweifache Werth der arabischen Ziffern.

Der bleibende Werth, den jedes der benannten Zahlziffern an und für sich hat, heißt der natürliche Werth derselben. So bedeutet

4 zu Folge des natürlichen Werthes immer vier, 5 immer fünf rc.

Nebst ihrem natürlichen Werthe hat man diesen Ziffern noch einen neuen Werth beigelegt, der von der Stelle, an welcher die Ziffern stehen, erkannt, und eben deßwegen Lokalwerth — Ortswerth genannt wird; auf diese Art kann man mit diesen einzigen zehen Zeichen alle nur immer vorkommende Zahlen ausdrücken. Der Ausdruck „Lokalwerth" kömmt von dem lateinischen Substantiv „locus" welches einen Ort, eine Stelle bezeichnet.

§. 15.

Nähere Bestimmung dieses Orts-, Lokalwerthes.

Es ist als Regel angenommen worden, daß jedes Ziffer von der rechten zur linken Seite immer einen zehnmal größern Werth erhält, als derjenige ist, den es an der unmittelbar vorhergehenden Stelle hat; dadurch kann also der Lokalwerth, der aus der Stelle erkañt wird, (§. 14.) leicht bestimmt werden.

Das Zehnfache von eins ist zehn, das Zehnfache von zehn ist Hundert, das Zehnfache von Hundert ist Tausend rc.; denn zehnmal Hundert ist Tausend, zehnmal zehn heißt man Hundert, und zehnmal eins nennt man zehn. Daher bedeutet z. B. das Ziffer 2 an der ersten Stelle von der rechten zur linken Seite 2 Einer oder zwei — 2 primitive Einheiten (§. 8.) — an der zweiten Stelle 2 Zehner, oder zwanzig, an der dritten 2 Hundert, an der vierten Stelle zwei Tausend rc., somit an der nächstfolgenden Stelle gegen die Linke immer zehnmal mehr, als an

der nächstvorhergehenden, und darin besteht der Lokalwerth der arabischen Ziffern.

§. 16.
Zahlen-Sistem überhaupt, und insbesondere das Dezimal-Sistem.

Die nach so einem allgemeinen Gesez geordneten Zahlen, wo immer eine gleich große Anzahl von Einheiten zur Erhaltung der nächst höhern Einheit genommen wird, heißt man ein Zahlen-Sistem, und zwar das Zehner-Sistem, weil zehn niedere Einheiten, die immer zusammen genommen werden, die nächst höhere Einheit bilden.

Vom lateinischen Worte „decem" (zehn) wird dieses Zehner-Sistem, Dezimal-Sistem genannt, gleich wie dasjenige Zwölfer-Sistem oder Duodecimal-Sistem — vom lateinischen Worte „duodecim" (zwölf) genannt würde, bei welchem immer der Inbegriff von zwölf niedern Einheiten die nächst höhere Einheit gäbe. Daß sich auf diese Weise mehrere andere Sisteme denken lassen, leuchtet von sich selbst ein.

Anmerkung: Bei den meisten Nationen war das Dezimal-Sistem von jeher üblich, und ist wegen der Anzahl der Finger an beiden Händen das anschaulichste und natürlichste.

§. 17.
Benennung der Einheiten verschiedener Ordnung im Dezimal-Sisteme.

Daß man auch in der Aussprache die Einheiten nach ihrem verschiedenen Range gehörig unterscheiden kann, hat man eigene Benennungen für sie eingeführt, die im Betreff des De-

zimal = Sistems im §. 12. angeführt sind; zehn Einer heißt man nämlich einen **Zehner**, zehn Zehner nennt man **Hundert**, zehn Hundert **Tausend** 2c. Man hat z. B. diese Zahl vor sich „7654321“, so bezeichnet 1 an der ersten Stelle eins — einen Einer, 2 an der zweiten Stelle 2 Zehner, 3 an der dritten Stelle 3 Hundert, 4 an der vierten Stelle 4 Tausend, 5 an der fünften Stelle 5 Zehner der Tausende, 6 an der sechsten Stelle 6 Hundert der Tausende, und 7 an der siebenten Stelle 7 Millionen.

Durch diese eingeführten Benennungen als „Million, Tausend, Hundert 2c.“ weiß man bestimmt, an welche Stelle jedes Ziffer zu setzen ist, und findet man mehrere Ziffern neben einander geschrieben, so muß man ebenfalls den ihnen zukommenden Lokalwerth mittels dieser Benennungen auszusprechen wissen.

Wenn man an einigen Stellen Nullen findet, so fehlen die dahin gehörigen Einheiten, die also nicht ausgesprochen werden können; im Anschreiben müßen aber nothwendig die Nullen da sein, um die leeren Stellen auszufüllen, und dadurch die übrigen Ziffern an ihre Stellen setzen zu können (§. 14.); z. B. 2 bedeutet bloß zwei Einer, 20 drückt 2 Zehner aus, und 200 bezeichnet 2 Hundert 2c., weil durch die Nullen das Ziffer 2 an die Stelle der Zehner und Hunderte zu stehen kömmt.

In nachstehender Tabelle kann man mit einem Blicke den Werth der Ziffern, der ihnen vermöge ihren Stellen zukömmt, übersehen, und sich dadurch die zur Bezeichnung des Lokalwerthes beigefügten Benennungen eigen machen.

Tabelle.

Jedes Ziffer bedeudet an der ersten, zweiten ꝛc. Stelle

Stelle	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
und so immer fortgesezt.	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderttausende	Zehntansende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hundcrttausende	Zehntansende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderttausende	Zehntausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hundt. der Tausende	Zehner der Tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer
	der Quatrillionen			der Trillionen						der Billionen						der Millionen.						bloße					
Beispiel.	4	3	''''2	0	0	4.	2	5	'''3	0	9	3.	7	0	''6	4	5	0.	9	8	'7	6	5	4.	3	2	1
Von der Rechten zur Linken.	Neunte			Achte			Siebente			Sechste			Fünfte			Vierte			Dritte			Zweite			Erste		
	Klasse.																										

Anmerkung: Würde man die Ziffern entgegengesezt, das heißt, von der Linken zur Rechten ordnen, so wäre an der Stelle der neunten, die erste, an der Stelle der achten, die zweite Klasse ꝛc.

§. 18.

Jede mit Ziffern bezeichnete Zahl auszusprechen.

Eine mit Ziffern geschriebene Zahl aussprechen heißt, den zweifachen, nämlich den natürlichen, und Ortswerth der Ziffern durch die schon öfter erwähnten Benennungen in Worten ausdrücken, wozu man mit dem zweifachen Werth der vorkommenden Ziffern bekannt sein muß.

Den natürlichen Werth erkennt man gleich, sobald man nur die Ziffern vor sich sieht, indem diese aus §. 13. hinlänglich erkannt werden können.

Den Lokal- (Orts-) Werth erkennt man aber nur aus der Stelle, an welcher die Ziffern stehen (§. 14.)

Wenn die geschriebene Zahl sehr groß ist, so theilt man die Ziffern von der rechten gegen die linke Hand in Klassen ab, und giebt jeder Klasse 3 Ziffern; in der lezten — linksstehenden Klasse können auch nnr 1 oder 2 Ziffern stehen.

Unten nach dem dritten Ziffer macht man einen Punkt (.) oben nach dem sechsten einen Strick, (′) unten nach dem neunten wieder einen Punkt, oben nach dem zwölften 2 Striche, unten nach dem fünfzehnten abermals einen Punkt, oben nach dem achtzehnten 3 Striche ꝛc. Auf diese Weise wird fortgefahren, bis die ganze Zahl klassifizirt ist; die Striche wechseln mit den Punkten immer ab; unten macht man durchgehends nur einen Punkt, und oben jederzeit so viele Striche, als unten bereits Punkte voraus gehen. Die

Striche werden gelesen „Million (′) Billion (″) Trillion (‴) ꝛc.“; beim Punkt sagt man aber nur immer Tausend.

Nun lies't man die Zahl, d. h., man spricht sie von der linken zur rechten Seite aus, wobei man nur mehr auf 2 Stücke Acht zu geben hat:

A.) daß man jede Klasse, die dem Gesagten gemäß nie mehr als 3 Ziffern haben kann, so ausspricht, als stünde sie ganz allein da, und

B.) daß man denjenigen Benennungen, durch welche der verschiedene Rang der Einheiten (§. 17.) bezeichnet wird, und die man aus den beigefügten Zeichen (ꝛc. ‴. ″. ′.) erkennt, nach jeder ausgesprochenen Klasse beisetzet.

Wer demnach eine Zahl von 3 Ziffern aussprechen kann, und die Bedeutung der durch die Klassifikation beigesezten Punkte und Striche weiß, der kann jede noch so große Zahl aussprechen.

§. 19.

Anwendung der eben angeführten Regeln.

Die Zahl z. B. 4‴502.417″068.953′230.179 muß demnach so ausgesprochen werden: „Vier Trillionen, fünfmal Hundert zwei Tausend vier Hundert siebenzehn Billionen, acht und sechzig Tausend neun Hundert drei und fünfzig Millionen, zweimal Hundert dreisig Tausend ein Hundert neun und iebenzig.“

§. 20.

Jede in Worten ausgedrückte Zahl wieder gehörig mit Ziffern zu bezeichnen.

Um jede gegebene Zahl mit *Ziffern zu bezeichnen*, ist folgendes zu bemerken:

Alle Zahlen ließt und spricht man von der *linken* zur rechten Seite aus, daher nun beim Lesen und Aussprechen derselben die höhern zuerst, und dann der Ordnung nach die niedere Einheiten genannt werden.

Ueberdieß wird jede Klasse so ausgesprochen, als stünde sie nur allein da, und am Ende derselben wird die Benennung beigesezt, die ihr wegen der Einheiten, die sie in sich begreift, zukömmt (§. 17.)

1) *Ist eine Zahl nur mit einem Ziffer zu schreiben*, so nimmt man nach §. 13 gerade jenes, das in Gemäßheit seines natürlichen Werthes die gegebene Zahl bezeichnet; daher werden die Zahlen drei, fünf, neun, so geschrieben „3, 5, 9."

2). *Wenn eine Zahl größer als neun ist, so werden an zwei Stellen, um sie zu schreiben, Zahlzeichen gesezt.* Will man z. B. vier und zwanzig schreiben, so sezt man an die erste Stelle links einen Zweier, welcher die Zehner, und rechts einen Vierer, der die Einheiten angiebt; stünde an der zweiten Stelle rechts statt dem Vierer eine Null, so bezeichnete dieses, daß keine Einheiten vor-

handen wären; stünde aber die Null an der ersten Stelle links, so wäre es gerade so viel, als stünde sie gar nicht da, weil die Null im Dezimal-Sisteme ausdrückt, daß sich Einheiten einer bestimmten Ordnung nicht vorfinden. Die Zahlen vier und zwanzig, zwanzig, schreibt man folglich so: „24, 20“; der dritte Fall muß so geschrieben werden: „02“, welches zwei heißt, woraus hervorgeht, daß links an der ersten Stelle nie eine Null stehen kann.

Anmerkung: Es wäre überflüßig hier noch Beispiele anzuführen, deren Zahlen aus drei, vier, fünf rc. Ziffern bestehen, da aus dem, was bisher gesagt wurde, schon hinlänglich hervorgehet, wie jede Zahl, sie mag Klassen haben, so viel sie nur immer will, geschrieben werden muß.

§. 21.

Anwendung der eben angeführten Regeln.

Die im §. 19. angeführte Zahl ist dort ganz mit Worten ausgedrückt. Wird nun die Aufgabe gesezt, daß diese Zahl wieder mit Zahlzeichen geschrieben werden soll, so ist offenbar, daß hier die Regeln des vorigen §. in Anwendung kommen.

Die in diesem gegebenen Beispiele mit Ziffern zu schreibende Zahl lautet so:

1) „Vier Trillionen“; dieß ist von der linken zur rechten Seite gerechnet die erste Klasse; weil man sagt: „vier“, so schreibt man „4“ und wegen des Beisatzes „Trillion“ fügt man noch oben 3 Striche (‴) bei: „4‴.“; —

2) „fünfmal Hundert zwei Tausend", hier sind die Zehner der Tausende nicht ausgesprochen, also macht man an die zweite Stelle der zweiten nun jezt folgenden Klasse eine Null (0), und weil man sagt „Tausend" so macht man unten einen Punkt (.), man erhält daher: „502."; —

3) „vier Hundert und siebenzehn Billionen"; man schreibt also die dritte Klasse so: „417''"; —

4) „acht und sechzig Tausend"; weil da die Hunderte nicht ausgesprochen werden, so sezt man anfangs Null, und schreibt die vierte Klasse: „068."; —

5) „neun Hundert drei und fünfzig Millionen"; demnach wird die fünfte Klasse geschrieben: „953'"; —

6) „zweimal Hundert dreisig Tausend"; es kommen hier keine Einer der Tausende vor, also schreibt man die sechste Klasse: „230."; —

7) „ein Hundert und neun und siebenzig"; man schreibt die siebente Klasse so: „179"; weil nun keine Benennung von höhern Einheiten mehr vorkömmt, und man also an der lezten Stelle die primitiven Einheiten — die bloßen Einer hat, so ist nun das Anschreiben beendigt.

Diese sieben Klassen sezt man nun der Ordnung nach unmittelbar nebeneinander, man erhält:

4'''502.417''068.953'230.179

§. 22.
Begriff vom Numeriren.

Die beiden in den §§. 18 und 20. angeführten Veränderungen bezeichnet man mit dem Ausdrucke „Numeriren“, welches demnach heißt, eine durch Ziffern ausgedrückte Zahl aussprechen, oder eine gebene Zahl mit Ziffern bezeichnen.

Die Benennung ist vom lateinischen Verbum „numero“, welches Zählen, gleichwie das Substantivum „numerus“ eine Zahl heißt; weil beim Aussprechen und Anschreiben der Zahlen die Ziffern nach ihren Stellen gezählt werden müssen, um ihren jedesmaligen Lokalwerth zu erkennen.

Das Numeriren bringt keine neue Zahl zum Vorscheine; es giebt nur die Anweisung, wie Zahlen, die schon zum voraus gegeben sein müssen, zu lesen und zu schreiben sind.

Aus dieser Ursache wird das Numeriren noch nicht zu den eigentlichen Rechnungsarten gezählt. Jede Berechnung besteht darin, aus bekannten Zahlen andere zu finden, welche vorhin noch nicht da waren, die aber wohl mit jenen in Verbindung stehen, und demnach durch gewisse Veränderungen gesucht werden müssen, die man mit den gegebenen Zahlen vornimmt.

Die 4 Rechnungsarten — die 4 Spezies (vom lateinischen Substantiv Species — Art,) — werden die Veränderungen, die mit den Zahlen vorgenommen werden, genannt, die noch besondere Benennungen haben, als: „Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division“; die folgenden Abschnitte werden darüber handeln.

II. Abschnitt.

Von der Zusammenzählung — Addition.

§. 23.

Erklärungen.

Zusammenzählen — addiren (vom lateinischen Verbum addo) heißt nichts anderes, als zu einer gegebenen Zahl andere Zahlen hinzuthun. Diejenigen Zahlen, die addirt werden sollen, nennt man die Posten — Summanden (vom lateinischen Verbum Summo — zusammenzählen, summiren), die gesuchte Zahl aber, welche den gegebenen Posten zusammen genommen gleich ist, Summe (vom lateinischen Substantiv Summa — Inbegriff von mehreren Dingen).

Zusammenzählung — Addition (vom lateinischen Substantiv additio) ist demnach jene Rechnungsart, durch welche mehrere gegebene Zahlen in eine Summe gebracht werden.

§. 24.

Regeln der Addition mit beigesetzten Beispielen.

Bei der Addition sind folgende Regeln zu beobachten:

1) Man setze die gegebenen Posten in der Art unter einander, daß die Ziffern von einerlei Ordnung gerade unter einander zu stehen kommen, nämlich die Einheiten unter Einheiten,

Zehner unter Zehner, Hundert unter Hunderte u. s. w., und ziehe unter solche einen Querstrich.

2) Die Ziffern, die unter einander stehen, zähle man zusammen, und zwar zuerst die Einer oder Einheiten, hernach die Zehner, dann die Hunderte ꝛc., und die Summe setze unter den Querstrich.

3) Wenn die zusammengezählten Einheiten mehr als neun zu ihrer Summe haben, so müssen die in selber enthaltenen Zehner sogleich zu den gegebenen Zehnern addirt werden, derselbe Fall tritt bei den Zehnern, Hunderten u. s. w. ein. Die einzelnen Summen, die man auf diese Weise gefunden hat, zusammen genommen, geben die gesuchte Summe aller gegebenen Posten, wovon die folgenden Beispiele Ueberzeugung gewähren.

Es sind nachstehende drei Zahlen, als 789, 987 und 769 gegeben: man soll die Summe dieser drei Zahlen finden.

Nach der unten Nro. 1 dieses §. gegebenen Regel setze man die gegebenen Zahlen unter einander wie folgt:

789	Posten oder Summanden.	
987		
769		
25 .	der Einer	Summe.
22 . .	" Zehner	
23 . . .	" Hunderte	
2.545	des Ganzen	

alsdann zähle man nach Nro. 2 die Ziffern, welche unter einander stehen, zusammen; durch

diese Verfahrungsart, die immer von der rechten zur linken Seite vollzogen wird, erhält man die Summe der ersten Reihe oder

Einer mit 25
die der zweiten oder Zehner mit . . 22
die der dritten oder Hunderte mit . 23

worauf man nun diese drei Summen zusammen addirt, und von den gegebenen drei Zahlen die Summa von 2.545 erhält.

Da dieses Verfahren bei großen Rechnungen sehr weitläufig werden, und viel Papier kosten würde, so hat man in der Praxis Abkürzungen eingeführt, wobei auf folgende Punkte Rücksicht zu nehmen ist:

a) Wenn die Summe der Einheiten über 9 geht, so schreibe man nur die Einheiten an, und zähle die Zehner zu den an der nächsten Stelle stehenden Zehnern;

b) Geht die Summe der Zehner über 9, so schreibe man nur die Zehner an, und die Hunderte zähle man zu der dritten Stelle; auf diese Art wird bei allen folgenden Stellen fortgefahren, und

c) nur die Summe ganz angeschrieben, die man bei der lezten Stelle erhält:

789	Posten
987	oder
769	Summanden
2.545	Summe.

Dem Gesagten gemäß wird nun die Summe des obigen Beispiels auf folgende Art gefun-

den: als 9 und 7 ist 16 und 9 ist 25; von dieser Zahl wird der Fünfer als Einheit unter den Strich in die Stelle der Einer gesezt, der Zweier aber wird zu der zweiten — der Zehner-Stelle addirt, indem man sagt, 2 und 6 ist 8 und 8 ist 16 und 8 ist 24; der Vierer wird wieder angeschrieben, und zwar in die zweite Stelle, — links vom Fünfer — der Zweier aber wird zur dritten — der Hunderte Stelle gezählt, wobei gesagt wird, 2 und 7 ist 9 und 9 ist 18 und 7 ist 25; da nun in dieser Aufgabe keine höhere Stelle mehr folgt, so sezt man dem gemäß, was ad c dieses §. gesagt wurde, die ganze Summe 25 so an, daß der Fünfer in die dritte — neben den Vierer — der Zweier aber in die vierte Stelle neben den Fünfer zu stehen komme.

Befinden sich in den zu summirenden Posten, es ist gleichviel in welcher Ordnung, Nullen, so sagt man, wenn zum Beispiel

3.040
zu 9.082 addirt werden sollen,
12.122 Summe.

2 und 0 ist 2, schreib' 2; 8 und 4 ist 12, schreib' 2 behalt 1; 1 und 0 ist 1, und 0 ist 1, schreib' (weil nun keine höhere Einheiten mehr folgen) 12.

Der Ausdrücke, „schreib, behalt,“ bedient man sich bei allen Additionen.

Es ist möglich, wenn sehr viele Zahlen zusammen gezählt werden, daß die Summe er-

ner Ordnung 99 übersteigt; in diesem Falle ist es am bequemsten, wenn man, indem man das lezte Ziffer anschreibt, die übrigen zwei Ziffern gleich zu der nächsten Ordnung zählt. Wenn z. B. die Zahl 139 als die Summe einer Ordnung gefunden worden ist, so schreibt man 9 an, und zählt 13 zur nächsten Ordnung; indessen ist es in solchen Fällen am zweckdienlichsten, wenn man das, was die nächstfolgende Anmerkung enthält, beobachtet.

§. 25.

Beispiele zur Uebung.

I.

4.736	Posten oder Summanden.
8.975	
3.897	
9.539	
27.147	Summe.

II.

18.534	Posten oder Summanden.
2.619	
1.487	
367	
23.007	Summe.

III.

70.085	Posten oder Summanden.
3.608	
5.307	
80	
235	
79.315	Summe.

Anmerkung: Ist die Anzahl der Posten groß, so ist es bequem, wenn man selbe in mehrere Abtheilungen zerlegt, und die Summe von jeder sucht, und dann diese einzelnen Summen zusammen zählt. Bei nachstehender Aufgabe

kann man z. B. die Posten in zwei gleiche Theile — wie die punktirte Linie zeigt — absondern, und sodann so verfahren, wie hier gesagt wurde.

IV.

Nach des Herrn Professors Kammerers Erdbeschreibung, vierte Auflage, Kempten 1823, zählt jeder der 8 Kreise des Königreichs Baiern folgende Einwohner Zahl:

1)	der	Isar=	Kreis	496.000
2)	=	Ob. Donau	=	492.000
3)	=	Unt. Donau	=	350.000
4)	=	Regen	=	355.000
5)	=	Rezat	=	550.000
6)	=	Ob. Main	=	460.000
7)	=	Unt. Main	=	472.000
8)	=	Rhein	=	380.000
				3555,000

Wie viel macht nun die Bevölkerung vom ganzen Königreiche aus?

Anmerkung: Bei der Addition wird die eigentliche Probe durch Hülfe der Subtraktion gemacht, welche demnach jezt noch nicht angegeben werden kann. Wenn man sich indessen von der Richtigkeit der gefundenen Summe überzeugen will, so darf man nur, wenn man anfangs von unten nach oben addirt hat, auch noch die Summirung von oben nach unten mit Rücksichtsnahme der vorgeschriebenen Regeln vornehmen; erhält man jedesmal das Nämliche, so hat man keinen Fehler gemacht, weil es nicht recht wahrscheinlich ist, daß man zweimal in der Art fehlen sollte, daß der zweite Fehler dem ersten ganz gleichkommen würde.

III. Abschnitt.

Von der Abziehung — Subtraktion.

§. 26.

Erklärungen.

Abziehen — Subtrahiren (vom lateinischen Verbum subtraho) heißt, von einer gegebenen Zahl eine andere gegebene Zahl einmal wegnehmen. Minuend (von minuo — verkleinern, vermindern) heißt von den beiden gegebenen Zahlen diejenige, von der die Subtraktion geschehen, oder von welcher man abziehen soll, Subtrahend die abzuziehende Zahl, (von subtraho) aber die andere, mit welcher die Subtraktion verrichtet wird, oder welche von der größern abgezogen werden soll, und endlich die Zahl, die übrig bleibt, nennt man den Rest (von resto — übrig bleiben, — Residuum). Der Minuend muß demnach immer größer sein, als der Subtrahend, und der Subtrahend immer kleiner als der Minuend. Der Subtrahend und der Rest zusammengenommen, sind jedesmal dem Minuend gleich.

Abziehung — Subtraktion (Subtractio) ist demnach jene Rechnungsart, aus welcher bei zwei gegebenen Zahlen die Differenz — Unterschied, das heißt, der Rest hervorgeht.

§. 27.

Regeln der Subtraktion mit beigesezten Beispielen.

1) Wie im §. 24 gesagt wurde, daß nur gleichartige Dinge zu einander addirt werden können, eben so können auch nur Einheiten der nämlichen Ordnung und Benennung von einander, folglich nur Einer von Einern, Zehner von Zehnern, Hunderte von Hunderten rc. abgezogen werden, indem nur diese als Theile zu einem Ganzen verbunden, also auch wieder von demselben getrennt werden können.

Aus dieser Ursache schreibe man allererst den Minuend (diejenige Zahl, von der die andere abgezogen werden soll) oben hin, und unter diesen der Art den Subtrahend (die andere, die abzuziehende Zahl) wie oben in diesem §. gesagt wurde, und ziehe dann unten einen Querstrich.

2) Ist in der kleinern, der unten stehenden Zahl, jedes einfache Ziffer kleiner, als das ober ihr stehende, so zähle man in Gedanken das kleinere von dem größern zurück, und setze, was übrig bleibt, unter den unter die beiden Zahlen gemachten Querstrich.

Man soll z. B. 323 von 789 abziehen; hier ist nun 789 der Minuend, und 323 der Subtrahend; man schreibe also den Minuend oben, den Subtrahend darunter hin, und ziehe den Querstrich.

Minuend	789
Subtrahend	323
Rest	466

Nun sage man, nachdem man bei der rechten Hand anfängt, 3 von 9 bleibt 6, und schreibe 6 unten rechts an die Stelle der Einer; ferner ziehe man die Zehner ab, und sage, 2 von 8 bleibt 6, und schreibe 6 an die Stelle der Zehner; endlich sage man, 3 von 7 bleiben 4, und schreibe 4 an die Stelle der Hunderte. Auf diese Art hat man den Rest mit 466 gefunden.

3) Hat der Minuend mehr Stellen als der Subtrahend, so werden alle Ziffern des Minuend, unter denen keine vom Subtrahend stehen, wenn von ihnen nicht entlehnt wurde, unverändert an jene Stellen, wo sie nach ihrem Localwerth hin gehören, unter den Strich herunter gesezt.

Wenn z. B. 4 von 8.786 abgezogen werden sollen, so ist die Verfahrungsart folgende:

Minuend	8.786
Subtrahend	4
Rest	8.782

4) Sind zwei Ziffern, gleichviel an welcher Stelle sie stehen, ein ander gleich, so ist ihre Differenz Null; wenn man sie also von einander subtrahirt, so ist der Rest gleich Null; diese schreibt man, um die geeignete Stelle auszufüllen, unter die Ziffern, die einander gleich

sind. Dasselbe Verfahren muß auch in jenen Fällen angewendet werden, wo zwei Nullen unter einander stehen, welche wieder Null zu ihrer Differenz haben. Nur bei der höchsten Stelle — im folgenden Beispiele bei der vierten — wird keine Null mehr, wenn zwei Ziffern einander gleich sind, herunter gesezt, sondern nur ein kleiner Strich (-) unter dieselben gemacht. Kommen mehrere Stellen, in denen die Ziffern unten und oben gleich sind, und es folgen keine mehr, die eine Differenz haben, so muß unter jede solche Stelle ein Strich gemacht, wie in einigen Beispielen besser unten wird gezeigt werden.

Man soll z. B. 8.420 von 8.520 subtrahiren:

Minuend	8.520
Subtrahend	8.420
Rest	- 100

5) Auf den Fall, der sich oft ereignet, daß einige Ziffern des Minuend kleiner, als die des Subtrahend sind — alle Ziffern des Minuend zusammen, müssen aber jedesmal größer als die gesammten des Subtrahends sein —, geschieht die Subtraktion auf folgende Art: Man muß, wenn man ein größeres von einem kleineren Ziffer abziehen will, das heißt, wenn das obere Ziffer größer als das untere ist, 1 von dem nächstfolgenden Ziffer entlehnen; dieses 1 ist im Grunde 10, weil jedes folgende Ziffer von der rechten zur linken Seite einen zehnmal größern Werth hat, wie im §. 15. deutlich erklärt wurde; man hat demnach 10 entlehnt, diese 10 rechnet man

zu den schon oben vorhandenen, und subtrahirt davon das unten stehende Ziffer; zugleich bemerkt man es oben an der Stelle, von welcher man 1 enlehnt, mit einem Punkte (.), zum Zeichen, daß man 1 (eigentlich 10) entlehnt hat.

Man soll z. B. 9 von 658 abziehen:

Minuend	6̇58
Subtrahend	9
Rest	649

Da 8 kleiner ist als 9, so mußte man von 5 einen Zehner entlehnen; ein Zehner hat 10 Einer und 8 dazu giebt 18 Einer, nimmt man 9 Einer davon, so bleiben noch 9; man sagt also: 9 von 8 kann ich nicht, also entlehne ich 1 (einen Zehner) und sage nun: 9 von 18 bleibt 9; weil man unten keine Ziffern mehr hat, so schreibt man 4 (weil man von den 5 Zehnern 1 Zehner entlehnte), 6 aber unverändert herab.

6) Steht an der Stelle, von welcher man 1 entlehnen muß, 1, so muß dahin eine Null gedacht werden; würde aber unmittelbar links von dem Ziffer, von dem man, weil es zu klein ist, nicht abziehen kann, eine Null, oder würden noch an mehreren Stellen Nullen sein, so müßte dann, um eines zu entlehnen, so weit links gegangen werden, bis man zu einer Stelle käme, die aus einem Ziffer bestünde; dort hat man dann, wo man 1 entlehnte, auch um 1 weniger.

Staatliche Bibliothek Regensburg

Beispiele:

I.		II.	
Minuend	415	Minuend	9.007
Subtrahend	326	Subtrahend	4.528
Rest	89	Rest	4.479

Im zweiten Beispiele hat von 9, weil man von den Nullen nichts entlehnen kann, 1 entlehnt werden müssen; wenn man über eine 0 wegborgt, so ist es eben so viel, als wenn man die 0 in 9, oder wenn es mehrere Nullen sind, über die man wegborgen muß, alle diese Nullen in Neuner verwandelt hätte.

7) Wenn gleich die erste Stelle des Minuend oder eine der folgenden mit einer 0 bezeichnet ist, so muß von dem Ziffer, welches zuerst links gefunden wird, 1 auf die bekannte Weise geborgt werden, und man bekommt 10 statt dieser Null.

Man soll z. B. 39 von 400 abziehen:

Minuend	400
Subtrahend	39
Rest	361.

8) Befinden sich im Subtrahend mehrere Ziffern, welche, weil sie größer sind, als die ober ihnen stehenden im Minuend, nicht abgezogen werden können, so muß von den Zehnern 1 zu den Einern, von den Hunderten 1 zu den Zehnern rc. entlehnt werden, und da, wo man

1 enlehnt, hat man immer, wie schon ad 6 in diesem §. gesagt wurde, um 1 weniger.

Es sollen z. B. 5.789 von 7.268 abgezogen werden:

Minuend	7.268
Subtrahend	5.789
Rest	1.479

9) Sind im Subtrahend auch Nullen enthalten, so wird das Ziffer, das über der 0 des Subtrahend im Minuend steht, da die 0 keinen natürlichen Werth hat, herunter gesezt.

Man soll z. B. von 3.627 die Zahl 1.070 abziehen:

Minuend	3.627
Subtrahend	1.070
Rest	2.557

10) Besteht der Minuend und der Subtrahend aus mehreren Zahlen, so bringt man vor der Subtraktion die Theile des Minuends und die des Subtrahends in eine Summe, und zieht diese von jener ab, z. B.

Minuend	5.648	Subtrahend	3.429
und	9.429	und	2.504
	3.438		8.536
dessen	5.914	dessen	3.429
Summe	24.429 Minuend	Summe	17.898
	17.898 Subtrahend		
	6.531 Rest.		

§. 28.

Beispiele zur Uebung.

I.	II.	III.
M. 78.435	M. 224.700	M. 129.042
S. 77.563	S. 224.600	S. 8.756
R. --872	R. ---100	R. 120.286

IV.	V.
M. 400.006	M. 9'438.528
S. 34.576	S. 1'070.307
R. 365.430	R. 8'368.221

§. 29.

Zweifache Probe der Subtraktion.

A) Durch Addition.

Subtrahiren heißt nach §. 26. nichts anderes, als die Differenz zweier Zahlen finden, da nun (§. 26.) der Subtrahend nie größer ist, als der Minuend, so zeigt der Rest, der zum Vorschein kommt, an, um wie viel der Subtrahend kleiner ist, als der Minuend; wenn also der Rest zum Subtrahend addirt wird, so giebt es wieder den Minuend; aus dem geht nun folgende Regel für die Probe hervor:

Daß man den Rest zum Subtrahend addiren, und wenn die Rechnung richtig ist, den Minuend wieder bekommen muß; — kömmt derselbe nicht wieder heraus, so hat man irgendwo gefehlt, und die Rechnung ist wieder vorzunehmen,

Im vorigen §. (Beispiel III.) hat man gefunden, daß 8.756 von 129.042 abgezogen zum Reste 120.286 giebt, oder:

Minuend	129.042
Subtrahend	8.756
Rest	120.286

Nun zähle man den Rest zum Subtrahend; man wird den Minuend erhalten, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Subtraktion erkennt:

Minuend	129.042
Subtrahend	8.756
Rest	120.286
Des Restes und des Subtrahends Summe	129.042

B) durch Subtraktion

Weil der Rest, wenn er zum Subtrahend addirt wird, den Minuend wieder giebt, so ist der Minuend eben so groß, als der Rest und der Subtrahend zusammen genommen, und somit die Summe dieser beiden leztern; wenn man also den Rest vom Minuend abzieht, so muß man wieder den Subtrahend erhalten, weil dieser die Differenz des Minuends und des Restes ist; folgende Regel geht nun daraus hervor:

Den Rest subtrahire man vom Minuend, und man muß zum neuen Reste den Subtrahend erhalten.

Wenn man im II. Beispiele des §. 28. von 224.700 die Zahl 224.600 abzieht, so erhält man zum Reste 100; diesen Rest subtrahirt man vom Minuend 224.700, man muß zum neuen Reste 224.600 erhalten:

Minuend	224.700
Subtrahend	224.600
Rest	--- 100
Der vorige Subtrahend als Rest	224.600

§. 30.
Probe der Addition mittels der Subtraktion.

Um sich zu versichern, daß man bei der Addition nicht gefehlt habe, mache man die Probe durch Subtraktion.

Man zählt nämlich noch einmal alle Summanden, mit Ausnahme eines einzigen, zusammen, und subtrahirt die neue Summe von der vorigen Summe, es muß der Rest, der durch die Subtraktion gefunden wird, die weggelassene Zahl, oder den ausgeschlossenen Summanden betragen.

Im §. 25. (I. Beispiel) hat man 4 Zahlen (4.736, 8.975, 3.897 und 9.539) addirt, und zur Summe 27.147 erhalten, oder:

4.736	Summanden
8.975	
3.897	
9.539	
27.147	erste Summe.

Nun zähle man wieder, mit Ausnahme eines einzigen, alle Summanden zusammen, und lasse (etwa) den obern aus, unter den man einen Querstrich, um ihn von den übrigen zu trennen, macht, und subtrahire diese neue Summe von der vorigen, es muß der ausgeschlossene Summand, hier 4.736, als Rest heraus kommen:

	4.736	Summanden
	8.975	
	3.897	
	9.539	
Erste Summe	27.147	
Zweite —	22.411	
	4.736	als Rest wieder der obere Summand.

§. 31.

Verschiedene Beispiele.

I.

Die Haupt- und Residenzstadt des Königreichs Baiern, München, zählt 60.000 Einwohner, und Augsburg, die Hauptstadt des Oberdonaukreises 28.900.

Um wie viel Einwohner hat München mehr als Augsburg?

Anmerkung: Alle Beispiele, welche auf die Geographie Bezug haben, gründen sich auf das im §. 25. angeführte Werk.

II.

Ein Oberst der Infanterie, Kommandant eines Regiments, soll jährlich 2.820 Gulden, einschließlich aller Geldbezüge, Gage, und ein Oberstlieutenant 2.020 Gulden haben; um wie viel beläuft sich die Einnahme des erstern höher als die des leztern?

III.

Der Flächeninhalt des Königreichs Baiern beträgt 1.500 deutsche Quadratmeilen, und die Seelenzahl 3'560.000, und im Königreiche Würtemberg wird jene auf 350 und diese auf 1'400.000 angegeben; um wie viel zählt Würtemberg weniger als Baiern an Quadratmeilen und an Seelen?

IV.

Das Königreich Baiern zählt 206 Land- und 18 Kreis- und Stadtgerichte; um wie viele Landgerichte hat es mehr, als Kreis- und Stadtgerichte?

IV. Abschnitt.

Von der Multiplikation.

§. 32.

Erklärungen.

Multiplizíren (von multiplico — vermehren) heißt eine Zahl so oft setzen, als es eine andere anzeigt. Multiplikand heißt jene Zahl, die man mit einer andern multiplizirt, und Multiplikator wird die Zahl genannt, welche anzeigt, wie oft der Multiplikand zu setzen ist. Multiplikand ist demnach diejenige Zahl, die man so oft sezt, als es die andere anzeigt; — und Multiplikator ist jene Zahl, die ausdrückt, wie oft die erste — der Multiplikand — gesezt werden soll. Zahlen, die man mit einander multipliziren soll, (diese sind der Multiplikand und der Multiplikator) heißt man auch Faktoren (von facio — machen), und die Zahl, welche bei der Multiplikation heraus kömmt, wird Produkt (Productum — von produco, hervorbringen) genannt.

Multiplikation (von Multiplicatio — Vermehrung) ist jene Rechnungsart, wodurch man aus den gegebenen Faktoren das verlangte Produkt erhält.

§. 33.

Die Multiplikations-Tabelle, oder das Einmaleins.

Damit man multipliziren kann, muß man das Einmaleins auswendig wissen, welches man aus nachstehender Tabelle, die man die pythagorische Tafel nennt, erlernen kann:

	A.										
C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	D.
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	0	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	0	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	0	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	0	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	0	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	0	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	0	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	B.										

Um dieses Einmaleins verstehen und lesen zu lernen, muß man folgendes beobachten: in

der Linie A B suche man von oben herab einen der Faktoren, und den andern in der Linie C D von der linken zur rechten Seite; — man gebe acht, wo die Linien, die von diesen Faktoren ausgehen, zusammenstoßen, da ist dann das verlangte Produkt; z. B. man will 5 mit 6 multipliziren; man suche also in der Linie A B die Zahl 5, und in der Linie C D die Zahl 6, man wird sehen, daß die Linien, vielmehr die viereckichten Streifen, 5 (von der Linken zur Rechten), und 6 (von oben nach unten) gerade da zusammenstoßen, wo 30 steht, man hat also gefunden, daß 5 mit 6 multiplizirt zum Produkte 30 giebt.

Aus obiger Tabelle sind auch nachstehende 4 Punkte ersichtlich:

A) Wird Null (o) mit einer Zahl multiplizirt, so erhält man wieder Null (o); z. B. „o mit 6 multiplizirt giebt wieder o“; weil Null mit einer Zahl multipliziren eben so viel heißt, als die o so oft setzen, als es die andere Zahl anzeigt, wodurch man immer wieder Null bekömmt.

B.) Wird eine Zahl mit Null (o) multiplizirt, so erhält man wieder Null, weil da die erste Zahl nullmal — d. h. niemal — zu setzen ist, z. B. 6 mit o multiplizirt giebt o.

C.) Wird eine Zahl mit 1 multiplizirt, so bleibt die erste Zahl unverändert, weil sie da nur einmal gesezt wird; z. B. 4 multiplizirt mit 1 giebt wieder 4.

D.) Wird 1 mit einer Zahl multiplizirt, so erhält man wieder diese zweite Zahl zum Produkte, weil 1 so oft gesezt wird, als die andere Zahl Einheiten hat; z. B. 1 mit 5 multiplizirt giebt 5, weil da 1 fünfmal genommen — gesezt wird.

Hier folgen noch 2 Tabellen, aus denen man auf oben bezeichnete Weise in der einen alle Produkte, die die Faktoren von 1 bis 10 und von 11 bis 20 und in der andern alle Produkte, die die Faktoren von 1 bis 10 und von 21 bis 30 hervor bringen, ersehen kann.

Tabelle I.

1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

Tabelle II.

1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
3	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
4	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120
5	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
6	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180
7	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210
8	168	176	184	192	200	208	216	224	232	240
9	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270
10	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300

§. 34.

Regeln der Multiplikation mit beigesezten Beispielen.

1) Von den mit einander zu multiplizirenden Zahlen seze man immer die größere als Multiplikand, und die kleinere als Multiplikator, indem es einerlei ist, ob man z. B. 4 mal 6, oder 6 mal 4 sagt, da das Produkt in beiden Fällen 24 wird.

2) Den Multiplikand schreibe man oben, und den Multiplikator so unten hin, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hundert un-

ter Hunderte ꝛc. stehen, und mache dann einen Querstrich.

Man soll z. B. 14 mit 2 multiplizīren:

Multiplikand	14
Multiplikator	2
Produkt	28

Nun sage man, indem man rechts anfängt, 2 mal 4 ist 8, schreibe 8, 2 mal 1 (besser thut man aber wenn man sagt, 1 mal 2) ist 2, schreibe 2. Das Produkt der ersten Stelle mit 8, und das der zweiten mit 2 schreibe man unter den Querstrich. Auf diese Weise hat man gefunden, daß 14, multiplizirt mit 2 zum Produkte 28 giebt.

3) Wo immer das Produkt größer als 9 wird, schreibe man nur die Einer an, und die Zehner nehme man wie bei der Addition zum Produkte der Zehner. Auf gleiche Art wird das Produkt der Zehner, wenn es 9 übersteigt, zu den Hunderten und so weiter übertragen. Nur bei der lezten Stelle wird das ganze Produkt, wenn es auch mehr als 9 ist, angeschrieben.

Man multiplizire z. B. 74.698 mit der Zahl 3:

Multiplikand	74.698
Multiplikator	3
Produkt	224.094

Rechts fange man wieder an, welches ein für allemal zu beobachten ist, und sage, 3 mal

8 ist 24, man schreibe 4 unter den Strich an die Stelle der Einer, und behalte 2 für die nächste Stelle, und sage 3 mal 9 ist 27 und 2 behalten ist 29, man schreibe 9 links von vier, und behalte wieder 2 zur Stelle der Hunderte, und sage, 3 mal 6 ist 18 und 2 behalten ist 20, man schreibe 0 an 9, und behalte abermals 2 für die folgende Stelle, und sage, 3 mal 4 ist 12, und 2 behalten ist 14, man schreibe 4 an 0 und behalte 1 zur nächsten Stelle, und sage, 3 mal 7 ist 21, und 1 behalten ist 22, man schreibe, da nun keine höhere Stelle mehr folgt, 22 an.

4) Besteht der Multiplikator auch aus mehreren Ziffern, so schreibe man, wie schon ad 2 in diesem §. gesagt wurde, die Einer des Multiplikator unter die Einer des Multiplikand, die Zehner unter Zehner, die Hunderte unter Hunderte rc. und dann multiplizire man von der rechten zur linken Seite mit dem ersten rechtsstehenden Ziffer des Multiplikators den ganzen Multiplikand; dieses thue man mit allen folgenden Ziffern des Multiplikators, das heißt, mit einem jeden multiplizire man den ganzen Multiplikand.

Das zweite Produkt, das man durch die Multiplikation mit dem zweiten Ziffer erhält, rücke man um eine Stelle zur linken Seite, so daß unter die Einer des ersten Produktes kein Ziffer zu stehen kömmt.

Auf gleiche Weise rücke man, während man die Produkte unter einander schreibt, jedes folgende Ziffer um eine Stelle zur linken Seite.

Anmerkung: Durch das, daß man bei der Multiplikation des zweiten Ziffers das Produkt um eine Stelle zur linken Seite rückt, erhält jedes Ziffer des Produktes einen zehnmal größern Werth (§. 15.); bei der Multiplikation, die man mit dem dritten Ziffer des Multiplikators vornimmt, rückt man um zwei Stellen zur Linken, wodurch jedes Ziffer einen hundertmal größern Lokalwerth erhält ꝛc.

Dadurch wird also der Multiplikand so oft gesezt, als es die Einer, die Zehner, die Hunderte ꝛc. des Multiplikators anzeigen.

Wenn man mit allen Ziffern des Multiplikators die Multiplikation vollbracht hat, dann muß man nach den bekannten Regeln der Addition die einzelnen Produkte, die Partial-Produkte genannt werden, gerade so, wie sie nun da stehen, addiren, wodurch das verlangte Produkt zum Vorschein kömmt, welches Totalprodukt genannt wird.

Man soll z. B. 346 mit 5.976 multipliziren; 5.976 nehme man als Multiplikand, und 346 schreibe man als Multiplikator in der bekannten Art darunter:

Multiplikand . .	5.976
Multiplikator . .	346
Erstes Partial-Produkt	35.856
Zweites ———	23.904
Drittes ———	17.928
Totalprodukt	2'067.696

5) Hat man Zahlen mit einander zu multipliziren, die aus mehreren Ziffern bestehen,

und am Ende Nullen haben, so multiplizire man allererst die Zahlziffern mit einander, und schreibe die Nullen gar nicht an, oder man bilde sich ein, es seien dieselben gar nicht da.

Am Ende füge man dem erhaltenen Totalprodukte, das die Summe aller Partialprodukte ist, so viele Nullen bei, als in den zwei Faktoren zusammen am Ende enthalten sind.

Man soll z. B. 5.400 mit 721.000 multipliziren:

Wie oben gesagt wurde, denke man sich die Nullen weg, setze 721 als Multiplikand und 54 als Multiplikator, man erhält:

```
   721
    54
 -----
 2.884
3.605
 -----
38.934
```

Da in diesem Beispiele die beiden Faktoren am Ende mitsammeu 5 Nullen haben, so setze man so viele dem Produkte bei, und man erhält das verlangte Produkt, nämlich:

3.893'400.000

6) Sind Zahlen mit einander zu multipliziren, wo in der Mitte des Multiplikands Nullen vorkommen, so wird nach den bisher gegebenen Regeln verfahren, wo immer, wenn die Null mit einem Ziffer des Multiplikators multiplizirt wird, das Produkt, wenn nicht etwa von der vorhergehenden Stelle etwas behalten wurde, Null werden muß, (§. 33. Lit. A.)

und die Null, wenn man nichts zu ihr zu addiren hat, an die ihr zukommende Stelle zu schreiben ist.

Wenn z. B. 23 mit 3.004 multiplizirt werden sollen:

Multiplikand	3.004
Multiplikator	23
	9.012
	6.0 08
Produkt	69.092

7) Enthält der Multiplikator in der Mitte Nullen, so umgehe man bei demselben die Nullen ganz, weil (§. 33. Lit. B.) jede Zahl mit 0 multiplizirt zum Produkte Null giebt; es wäre also überflüßig, selbe anzuschreiben, indem sie bei der Addition der Partialprodukte nichts ändern. In diesem Falle hat man bei der Multiplikation besonders darauf zu sehen, daß man mit jedem Partialprodukte um eine, zwei, drei, vier ꝛc. Stellen zur linken Seite rücke, je nachdem man von der rechten zur linken Hand mit dem zweiten, dritten, vierten, fünften ꝛc. Ziffer des Multiplikators die Multiplikation verrichtet.

Es sei z. B. 507 mit 6.482 zu multipliziren:

6.482
507
45.374
00 00
32.41 0
3'2 86.374

Da die Nullen des zweiten Gliedes keinen Werth haben, indem sie ohne ein Zahlziffer sind, so lasse man sie aus, und verfahre auf folgende Art:

Multiplikand	6.482
Multiplikator	507
	45.374
	32.410
Produkt	3'286.374

8) Werden mehr als zwei Faktoren gegeben, so müssen zuerst zwei beliebige von denselben mit einander multiplizirt werden, indem man nach Ziffer 1. dieses §. die Faktoren verwechseln darf.

Das dadurch erhaltene Produkt multiplizire man mit dem folgenden Faktor, und auf diese Weise setze man die Multiplikation so lang fort, bis man mit allen Faktoren multiplizirt hat.

Man hat so oft zu multipliziren, als man Faktoren, einen davon abgerechnet, hat; die Anzahl der Faktoren — weniger e i n s — drückt daher aus, wie oft die Multiplikation vorzunehmen ist.

Z. B. es sollen die Zahlen 3, 5, 7, 9 unter einander multiplizirt werden.

Nach den angegebenen Regeln multiplizire man zuerst zwei Faktoren, etwa die beiden ersten Zahlen miteinander:

Erster Faktor	5
Zweiter —	3
Produkt	15
Dritter Faktor	7
Produkt	105
Vierter Faktor	9
Totalprodukt	945

Das nämliche Produkt würde man erhalten, wenn man die Zahlen in einer andern Ordnung multipliziren würde.

§. 35.

Beispiele zur Uebung.

I.		II.	
Multiplikand	1.234	Multiplikand	24.312
Multiplikator	2	Multiplikator	5
Produkt	2.468	Produkt	121.560

III.		IV.	
Multiplikand	65.000	Multiplikand	2.468
Multiplikator	3	Multiplikator	34
Produkt	195.000		9.872
			7.4 04
		Produkt	8 3.912

V.

Multiplikand	9.872
Multiplikator	1.234
	39.488
	29.616
	19.744
	9.872
Produkt	12'182.048

VI.

Multiplikand	568.000
Multiplikator	2.300
	1.704
	1.136
Produkt	1.306'400.000

§. 36.

Die Probe betreffend.

Gewöhnlich wird die Probe der Multiplikation durch die Division gemacht; es wird in dem folgenden Abschnitte davon die Rede sein.

Nachstehende Probe kann man indessen gleich jezt, die durch die Subtraktion geschieht, vornehmen.

1) Den Multiplikator vermindere man um 1, und multiplizire wieder den vorigen Multiplikand;

2) vom vorigen Produkte subtrahire man

das neue Produkt, und es muß sich als Rest der Multiplikand zeigen.

Da der Multiplikator um 1 verkleinert, so ist der nämliche Multiplikand bei der zweiten Multiplikation einmal weniger gesezt worden, weswegen um den Multiplikand das zweite Produkt kleiner als das erste ist; daher erhält man denselben zum Reste.

Im vorigen §. Ziffer 7 hat man die Zahl 3'286.374 zum Produkte erhalten. Den Multiplikator 507 vermindere man um 1, man erhält 506. Mit 506 multiplizire man den vorigen Multiplikand 6.482, man erhält 3'279.892 — Dieses zweite Produkt subtrahire man vom vorigen Produkte:

Erstes Produkt	3'286.374	Minuend
Zweites Prod.	3'279.892	Subtrahend
d. Multiplikand	- - - 6.482	als Rest.

§. 37.

Die sogenannte Neunerprobe.

I. Beispiel:

1) Man multiplizire 67 mit 24:

Multiplikand	67
Multiplikator	24
	268
	134
Produkt	1.608

2) Nun mache man zwei Linien (X), die sich in der Form eines Kreutzes durchschneiden, wornach man die Ziffern des Multiplikators 24 zusammen zählt, und die Summe 6 links in das Kreuz sezt:

6X

3) Jezt werden die Ziffern des Multiplikands 67 addirt, und man sage 6 und 7 giebt 13, davon 9, bleibt 4, und 4 schreibe man rechts in das Kreuz:

6X4

4) Ferners multiplizire man die beiden schon im Kreutze stehenden Ziffern, 6 und 4, addire die dadurch erhaltenen Ziffern des Produkts 24, und setze oben in das Kreuz die Summe 6:

6
6X4

5) Endlich muß man die Ziffern des Produktes 1.608 addiren; 15 ist ihre Summe, 9 davon bleibt 6, und 6 werden unten in das Kreuz geschrieben:

6
6X4
6

Aus der Ursache, weil unten und oben im Kreutze das Ziffer 6 steht, ist die Rechnung richtig.

II. Beispiel:

1) Man multiplizire 5.976 mit 346:

Multiplikand	5.976
Multiplikator	346
	35.856
	23.904
	17.928
Produkt	2'067.696

2) Die Ziffern des Multiplikators werden jezt addirt, 13 ist ihre Summe, 9 davon bleibt 4, und 4 schreibe man links in das Kreuz:

4X

3) Man addire die Ziffern des Multiplikands, wodurch man 27 erhält, 9 thue man so oft davon, als man kann, man erhält zum Reste 0, welche man rechts in das Kreuz sezt:

4X0

4) Die beiden erhaltenen Ziffern 4 und 0 multiplizire man mit einander, wodurch man nach den bekannten Regeln (§. 33. Lit. A. und B.) 0 zum Produkte erhält, welche oben in das Kreuz geschrieben wird:

0
4X0

Anmerkung: Wäre das Produkt von den links und rechts im Kreutze stehenden und mit einander multiplizirten Ziffern nicht 0, so müßten die Ziffern des Produktes zu einander addirt, und dann erst ihre Summe oben in das Kreuz gesezt werden.

5) Endlich muß man die Ziffern des Produktes 2'067.696 addiren, wodurch man 36 erhält, und so oft 9 davon wegnehmen, als man

kann, und den lezten Rest (0) — unten in das Kreuz schreiben:

0
4 X 0
0

Weil man oben und unten das nämliche Ziffer (0) erhalten hat, so ist dieses ein Beweis für die Richtigkeit der Rechnung.

Anmerkung: a) Da im vorhergehenden Beispiele es sich fügte, daß man durch die Addition der Ziffern des Multiplikands 27 erhielt, und nach den gegebenen Bestimmungen der Neunerprobe von dieser Zahl so oft als es möglich ist, 9 hinweggenommen werden müssen, so erhielt man Null, welcher Fall desgleichen sich bei der Addition ꝛc des Produktes ereignete, woraus auch die Richtigkeit der Rechnung hervorgeht; wollte man indessen die Probe in der Art bewerkstelligen, daß sich in dem Kreutze im vorigen Beispiele oben und unten ꝛc keine Nullen befänden, so dürfte man nur bei den unter Ziffer 3 und 5 angewiesenen Subtraktionen überall einen Neuner stehen lassen, und es würde sich ergeben, daß oben und unten, sodann auch rechts in das Kreuz auf jede dieser drei Stellen das Ziffer 9 zu stehen käme.

b) Wenn man die beiden Proben mit einander vergleicht, wird man finden, daß die Neunerprobe lange nicht so bequem ist, als die im vorigen §. mittels der Subtraktion angewiesene.

§. 38.

Verschiedene Beispiele.

I.

Wenn ein Staat 1 Grenadier Garde Regiment, 16 Linien Infanterie Regimenter und 2

Jäger Bataillone hat, das erste aus 3 Bataillonen, und jedes der zweiten aus 2 Bataillonen besteht; wie viel Bataillone beträgt die Infanterie dieses Staates?

Anmerkung: Ein Bataillon ist gewöhnlich aus 6 Kompagnien zusammengesezt.

II.

Im Falle das Grenadier Garde Regiment 3.521, ein jedes der Linien Infanterie Regimenter 2.356, und jedes der beiden Jäger Bataillone 1.172 Köpfe stark ist; wie viel machen diese Heeresabtheilungen zusammen Köpfe aus?

III.

Es wird angenommen, daß ein Staat 1 Garde du Corps Regiment, 2 Linien Kuirassier, und 6 Chevauxlegers Regimenter hat, und das erste 799, ein jedes von den zweiten 798, und ein jedes von den dritten 1.192 Individuen zählt; wie viel Mann Kavallerie hat dieser Staat?

Anmerkung: Es muß hier angenommen werden, daß das Garde du Corps Regiment 4, jedes Linien Kuirassier Regiment ebenfalls 4, und jedes Chevauxlegers Regiment 6 Eskadronen hat.

IV.

Nimmt man an, daß die Artillerie eines Staates 3.515, das dazu gehörige Fuhrwesen 1.146 Köpfe stark ist, und die der Artil-

lerie verwandten Zweige in 5 eigene Kompagnien gebildet sind, als:

in eine Ouvrier Kompagnie,
= = Pontonnier = =
= = Mineur = =
= = Sappeur = = und
= = Pionnier = =

und die erste dieser technischen Kompagnien aus 150, von den übrigen 4 aber jede aus 100 Mann besteht; wie viel macht nun die Stärke des ganzen Artillerie-Korps aus?

Anmerkung: 1) Man bringe die in den vorigen Beispielen angeführten Heeresabtheilungen in eine Summe, um sich von ihrer gesammten Stärke zu überzeugen.

2) Um die Pionnier Kompagnie nicht besonders aufführen zu müssen, wurde sie gleich den übrigen technischen Kompagnien beigesezt; es ist jedoch beinahe in allen Armeen angenommen, daß die Pionniere unmittelbar dem General-Quartier-Meister-Stabe untergeordnet sind.

V. Abschnitt.

Von der Division.

§. 39.

Erklärungen.

Dividiren (divido — theilen) heißt, von einer gegebenen Zahl eine andere gegebene Zahl so vielmal wegnehmen, oder abziehen, als

es angeht. Dividend (Quantitas dividenda — die zu vertheilende Zahl) nennt man diejenige Zahl, von welcher eine andere auf diese Art abgezogen werden soll, und die andere, die abzuziehende Zahl, Divisor (Divisor — Theiler). Quotient (Quotus) heißt die Zahl, welche anzeigt, wie oft die Division vorgenommen worden ist, oder was eins ist, wie vielmal der Dividend den Divisor enthalte.

Division (divisio — Theilung) ist daher die Rechnungsart, durch welche zum gegebenen Dividend und Divisor der Quotient, oder der Divisor zum Dividend und Quotienten gefunden wird.

Anmerkung: 1) Ich werde, um von dem gewöhnlichen Sprachgebrauche nicht abzuweichen, ebenfalls diejenige Zahl, die durch die vorgenommene Division gefunden wird, immer Quotienten nennen, dieselbe mag der wirkliche Quotient, oder der gesuchte Divisor sein, eben so werde ich allemal die beiden zur Division gegebenen Zahlen mit den Ausdrücken Dividend und Divisor bezeichnen.

2) Dividirt man eine Zahl mit sich selbst, so erhält man allemal 1 zum Quotienten, indem jede Zahl in sich selbst einmal enthalten ist; daher ist z. B. wenn man 8 in 8 dividirt der Quotient 1.

3) Wenn man eine Zahl mit 1 dividirt, kömmt der unveränderte Dividend als Quotient zum Vorschein; deswegen ist, wenn z. B. 1 in die Zahl 8 dividirt wird, der Quotient 8.

4) Wird die Null (0) mit einer Zahl dividirt, so ist der Quotient wieder eine Null, das heißt, wenn man z. B. 8 in 0 dividirt, daß der Quotient 0 ist.

§. 40.

Regeln der Division mit beigesezten Beispielen.

1) Die Division geschieht von der linken zur rechten Seite; zur Rechten des Dividend ziehe man eine Linie, von oben nach unten gehend; der Quotient wird rechts von dieser Linie gesezt, die den Dividend und Quotient trennt; der Divisor wird links unter den Dividend geschrieben, und durch zwei Klammern, damit er nicht mit andern Zahlen verwechselt werde, eingeschlossen. Es sollen z. B. 6 mit 2 dividirt werden:

Dividend 6 |
Divisor (2)

Jezt suche man, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist, daß heißt: man suche im Einmaleins — pythagorischen Tafel (§. 33.) eine Zahl auf, welche mit dem Divisor multiplizirt ein Produkt giebt, welches so groß oder nächst kleiner ist, als der Dividend. Diese Zahl schreibe man als Quotient hinter den neben dem Dividend stehenden Strich zur rechten Seite, das Produkt unter den Dividend, und ziehe jenes von diesem ab;

Dividend 6 | 3 Quotient
Divisor (2)
Produkt 6
———
 -

Man hat also gefunden, daß, wenn man 6 mit 2 dividirt, der Quotient 3 wird, oder

daß 2 dreimal in 6 enthalten sei, weil 2 mal 3 sechs ist.

2) Hat der Dividend mehrere Ziffern, und der Divisor ist größer als das erste Ziffer des Dividends, so muß man suchen, wie oft der Divisor in den beiden ersten Ziffern des Dividends enthalten ist; z. B. man soll 246 mit 6 dividiren:

Dividend	246	41
Divisor	(6)·	
Produkt	24	
	--(6)	
Produkt	6	
	-	

Anmerkung: In diesem ganzen Abschnitte werden die Ziffern aus dem Dividend, die zum gebliebenen Reste, oder wenn keiner vorhanden ist, und sie stehen allein da, herabgesezt werden, mit 2 Klammern, zum Zeichen, daß sie nicht zum Reste gehören, und herabgesezt wurden, eingeschlossen; in dem Falle, wenn der Divisor größer ist, als die zu dividirende Zahl, der schon aus dem Dividend ein Ziffer beigesezt wurde, wodurch man Null zum Quotienten erhält, und ein neues Ziffer herabgesezt werden muß, werden zwei Ziffern in Klammern eingeschlossen.

Da der Divisor (6) größer als das erste Ziffer (2) des Dividends ist, so mußte man den Quotienten in den ersten beiden Ziffern (24) suchen, welcher mit 4 gefunden wurde, da 4 multiplizirt mit 6 zum Produkte 24 giebt. Ferners wurde in obigem Beispiele, nachdem die Division 2c. mit den beiden ersten Ziffern beendet war,

auch das dritte Ziffer (6) dividirt; zuerst sezte man es aber rechts neben die zwei kleinen Striche (--) herunter, und zum Zeichen, daß man es herunter gesezt hat, versah man es unten mit einem Punkt (.). Die Division dieses Ziffers geschah auf die Art, wie es unter Nro. 1 dieses §. angewiesen wurde; 6 ist in 6 einmal enthalten, da einmal 6 sechs ist.

Anmerkung: Alle Ziffern des Dividends werden unten, wenn man sie zur Division herunter sezt, mit einem Punkte versehen, wodurch allenfallsigen Unordnungen vorgebeugt wird.

3) Ist der Divisor zunächst kleiner als die erste Zahl des Dividends, oder als die zwei erste Zahlen desselben, so bleibt, wenn der Quotient gesucht, mit dem Divisor multiplizirt, und das Produkt vom Dividend abgezogen ist, ein Rest, zu dem das folgende Ziffer des Dividends wieder heruntergesezt, und auf die bekannte Art verfahren wird; dieses Verfahren sezt man so lange fort, bis man bei allen Ziffern des Dividends die Division vorgenommen hat.

In folgenden Beispielen ist das Nähere ersichtlich.

I. Beispiel:

Dividend	784	392 Quotient
Divisor	(2)	
Produkt	6	
Rest	1(8)	
Produkt	18	
	- -(4)	
Produkt	4	
	-	

Daß 2 in der Zahl 784 drei Hundert zwei und neunzigmal enthalten sei, zeigt der Quotient 392 an. Solches wurde auf folgende Weise gefunden: nach dem Einmaleins ist 2 mal 3 sechs, welches nächst kleiner als 7 ist; 3 ist der erste Theil des Quotienten, welcher erste Theil mit dem Divisor 2 multiplizirt und zum Produkte 6 gefunden wurde; das Produkt 6 wurde von dem ersten Ziffer des Dividends abgezogen, und 1 als Rest erhalten. Neben den Rest 1 sezte man das folgende Ziffer des Dividends nämlich 8 herunter, welches mit dem Rest zusammen 18 ausmacht. In 18 ist der Divisor 9 mal enthalten, denn 2 mal 9 ist 18, daher ist 9 neben 3 in Quotienten, das Produkt aber unter 18 gesezt worden. Da nun kein Rest blieb, so sezte man die Zahl 4 herunter, in welcher der Divisor 2 mal enthalten ist, und 2 schrieb man neben 9 des Quotienten, und das Produkt 4 unter die Zahl 4, und subtrahirte jenes von dieser. Da nun nichts übrig geblieben, so ist folglich 392 der ganze Quotient.

Anmerkung: Alle einzelne Theile des Quotienten zusammen geben den ganzen Quotienten.

II. Beispiel:

Dividend	138	46 Quotient
Divisor	(3)	
Produkt	12	
Rest	-1(8)	
Produkt	18	
	--	

4) Wenn man z. B. die Zahl 45.679 mit 4 dividiren soll, so wird man finden, daß am Ende ein Rest bleibt.

Dividend	45.679	11.416$\frac{3}{4}$ Quotient.
Divisor	(4)	
	4	
	-(5)	
	4	
	1(6)	
	16	
	--(7)	
	4	
	3(9)	
	36	
	-3	

Hier ist am Ende der Rest 3 geblieben, man schreibe diesen Rest 3 rechts zum Quotienten, mache einen Strich (—) darunter, und setze den Divisor 4 unter diesen Strich, daß ist $\frac{3}{4}$,

oder drei Viertel, wie aus obigem Beispiele ersichtlich ist. Dieses bedeutet, daß man auch noch 3 in 4 gleiche Theile theilen, und einen solchen Theil nehmen soll, welches eigentlich ein Bruch ist.

Anmerkung. 1) Weiter rückwärts bei der Lehre der Brüche wird ausführlich gezeigt werden, was z. B der Bruch $\frac{3}{4}$ bedeutet. Wenn man bei der Division solche Brüche im Quotienten anschreiben und lesen kann, und einigermassen ihren Werth erkennt, so ist es bis jezt genug.

2) Wenn man im vorstehenden Beispiele eine Summe von Gulden dividirt hat, so bedeutet der Bruch $\frac{3}{4}$, man soll die zulezt gebliebenen 3 Gulden auch in 4 gleiche Theile theilen; 3 Gulden geben 3 mal 60 oder 180 Kreutzer, deßwegen bedeutet der Bruch $\frac{3}{4}$ Gulden so viel als 45 Kreutzer, und eine Person bekömmt 11.419 Gulden 45 Kreutzer, wenn 45.679 Gulden zu gleichen Theilen unter 4 Personen vertheilt werden.

5) Sind Zahlen mit einander zu dividiren, wo der Divisor und der Dividend aus mehreren Zahlen bestehen, so treten folgende besondere Regeln ein.

a) Wie bisher schreibe man den Divisor links unter den Dividend, und nehme so viele Ziffern des Dividends auf dieser Seite, als man braucht, daß der Divisor darin wenigstens einmal enthalten ist;

b) das erste links stehende Ziffer des Dividends dividire man mit dem ersten Ziffer des Divisors, oder wenn das erste Ziffer des Divi-

dends zu klein ist, mit seinen beiden ersten Ziffern, und den Quotienten schreibe man, wie schon bekannt, an;

c) den ganzen Divisor multiplizire man mit diesem ersten Ziffer des Quotienten, das Produkt ziehe man von den zur Division genommenen Ziffern ab, und zu dem erhaltenen Reste setze man, wie schon früher gesagt wurde, das nächste Ziffer des Dividends;

d) auf die nämliche Weise dividire man nun mit dem Divisor, und dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man sämmtliche Ziffern des Dividends herabgesezt, und also den ganzen Dividend dividirt hat;

e) wenn man einmal einen Rest erhält, dem das nächste Ziffer des Dividends schon beigesezt ist, den man nicht dividiren kann, weil der Divisor größer ist, als die zur Division vorhandenen Ziffern, so muß Null (0) als Quotient geschrieben, und das folgende Ziffer des Dividends herabgesezt werden;

f) wenn zulezt ein Rest bleibt, und es ist keine Ziffer mehr im Dividend übrig, so ist die Division beendet; den Rest setze man bruchartig, wie schon unter Ziffer 4 dieses §. gesagt wurde, dem Quotienten bei. — Auch hier bezeichne man die zur Division heruntergesezten Ziffern des Dividends unten mit einem Punkte.

Anmerkung: 1) Der Rest muß bei der Division kleiner sein, als der Divisor; wäre der Rest größer, so würde dieses anzeigen, daß der Quotient öfter im Dividend enthalten sei. Wenn aber einmal ein Produkt größer ist, als daß

man es vom Dividend abziehen kann, so ist der Quotient zu groß, und er muß kleiner genommen werden.

2) Damit man sich aber schon, bevor man die Zahlen anschreibt, überzeuge, daß der Quotient nicht zu groß ist, verfahre man auf folgende Art:

a) den ersten Partial-Quotienten multiplizire man mit dem ersten Ziffer des Divisors, und ziehe das Produkt von den zur Division genommenen Ziffern des Dividends ab;

b) nun nehme man den Rest zehnfach, addire ihn zu dem folgenden Ziffer des Dividends, diese Summe dividire man dann mit dem zweiten Ziffer des Divisors, und man muß wieder den vorigen Partial-Quotienten erhalten;

c) den jetzigen Rest, den man nach der vorgenommenen Subtraktion erhält, nehme man wieder zehnfach, und verfahre auf die vorige Weise;

d) wenn man einmal einen Rest, der größer als 9 ist, erhält, dann höre man mit der Untersuchung auf, indem jezt der angenommene erste Partial-Quotient nicht mehr zu groß sein kann.

I. Beispiel:

Man soll z. B. 17.928 mit 36 dividiren:

Dividend	17.928	498 Quotient.
Divisor	(36)	
Produkt	144	
Rest	- 35(2)	
Produkt	324	
Rest	- 28(8)	
Produkt	288	
	- - -	

Weil 36 in 17 nicht enthalten ist, muß man im obigen Beispiele beim Anfang der Division die ersten drei Ziffern 179 nehmen, und sagen, 3 in 17 geht 5 mal, 3 mal 5 ist 15, diese 15 von 17 abgezogen geben 2 als Rest, dazu 9 gesezt, giebt 29, und 6 in 29 geht nicht 5 mal, daher der Quotient 5 zu groß ist, und man nehme dagegen 4, als ersten Theil des Quotienten; ferners multiplizire man 36 mit 4, und ziehe das Produkt 144 von 179 ab, wodurch man 35 als Rest erhält. Zum Reste 35 seze man das nächste Ziffer 2, und dividire 352 mit 36, indem man sagt, 3 in 35 geht 9 mal, 3 mal 9 ist 27, dieses von 35 abgezogen giebt 8, und 6 in 82 ist auch 9 mal ent-enthalten, daher schreibe man 9 als zweiten Theil des Quotienten, multiplizire damit den Divisor 36, und subtrahire das Produkt 324 von 352, und man bekömmt den Rest 28. Endlich setze man zum Reste 28 das lezte Ziffer 8 herunter, und sage, 3 in 28 geht 9 mal, 3 mal 9 ist 27, dieses von 28 abgezogen giebt 1 als Rest, sezt man 8 dazu, so giebt es 18, und 6 in 18 geht nicht 9 mal; aus dieser Ursache sagt man, 3 in 28 geht 8 mal, 3 mal 8 ist 24, dieses von 28 abgezogen giebt 4, und 6 in 48 geht genau 8 mal, deßwegen 8 der wahre dritte Theil des Quotienten ist.

Den Divisor 36 multiplizire man mit 8, und subtrahire das Produkt, es bleibt nichts übrig, die Division ist jezt beendet, und man hat den ganzen oder Total-Quotienten mit 498 gefunden.

II. Beispiel:

Man dividire 221.924 mit 436:

Dividend	221.924	509 Quotient.
Divisor	(436)	
Produkt	2.180	
Rest	--3.9(2)(4)	
Produkt	3.924	

Wie vorhin, weil der Divisor 436 in den ersten 3 Ziffern des Dividends nicht enthalten ist, muß man 4 Ziffern des Dividends nehmen 2c., und 39 erhält man als Rest. Zu diesem Reste sezt man das Ziffer 2, und man erhält die Zahl 392, welche kleiner ist, als der Divisor 436, deßwegen schreibt man Null (0) in Quotienten, und sezt das nächste Ziffer 4 herab, um den lezten Theil des Quotienten zu erhalten:

Es giebt also 221.924 dividirt mit 436 als Quotienten 509.

6) Hat bei der Division nur der Dividend Nullen, so dividirt man ganz nach der schon bekannten Weise, ohne daß man die Nullen wegschneidet, und erhält man einmal nach vorgenommener Subtraktion keinen Rest, so ist die Division beendet; dem Quotienten sezt man aber so viele Nullen bei, so viele noch im Dividend übrig sind.

Man soll z. B. 6'141.000 mit 276 dividiren:

Dividend	6'141.000	23
Divisor	(267)	
Produkt	534	
Rest	-80(1)	
Produkt	80 1	

Da nun kein Rest vorhanden ist, so sezt man die übrig gebliebenen Nullen der gefundenen Zahl 23 bei, man erhält 23.000 als verlangten Quotienten.

7) Wenn nur der Divisor am Ende Nullen hat, so schneidet man sie in selbem weg, so wie man im Dividend von der rechten zur linken Seite so viele Ziffern abschneidet, als der Divisor Nullen hat.

Die noch übrigen Ziffern dividirt man auf die angezeigte Weise.

Den lezten Rest, wenn sich einer ergiebt, fügt man dem Quotienten bei, nachdem man ihm zuvor die im Dividend weggeschnittenen Ziffern beigesezt hat; wenn kein Rest geblieben ist, so sezt man blos diese weggeschnittenen Ziffern bei, darunter aber den ganzen Divisor bruchartig, nachdem man zuvor einen Querstrich, zum Zeichen, daß der Rest mit dem ganzen Dividend dividirt werden soll, zieht.

Man soll 384.673 mit 5.600 dividiren:

Dividend 384.6(73 | 68
Divisor (5.6(00)
Produkt 336

Rest - 48(6)
Produkt 448

Rest - 38

Zum lezten Rest 38 sezt man rechts die weggeschnittenen Ziffern 73, und unter 3.873 schreibt man 5.600, man erhält $\frac{3.873}{5.600}$, daher ist $68\frac{3.873}{5.600}$ der ganze Quotient.

Anmerkung: Besteht der Divisor nur aus 1 mit beigefügten Nullen, so schneidet man zur rechten Seite im Dividend so viele Ziffern ab, als der Divisor Nullen hat; die links stehenden Ziffern geben dann eine ganze Zahl, und die rechts stehenden schreibt man bruchartig mittels Beisetzung des ganzen Divisors.

Daher giebt z. B. die Zahl 253.837 dividirt mit 100 die Zahl $2.528\frac{37}{100}$ zum Quotienten.

8) Sind im Dividend und im Divisor am Ende Nullen, so schneidet man vor der Division im Divisor alle Nullen, die er am Ende hat, weg, und eben so viele im Dividend, als im Divisor weggeschnitten werden.

Die Division wird nun auf die bekannte Weise verrichtet, dem Reste aber, wenn einer bleibt, werden die weggeschnittenen Nullen nie mehr beigesezt.

Man dividire z. B. 46'780.000 mit 94.000:

Dividend 46'780.(000 |
Divisor (94.(000)

oder

Dividend	46.780	497
Divisor	(94)	
Produkt	376	
Rest	- 91(8)	
Produkt	846	
Rest	- 72(0)	
Produkt	658	
Rest	- 62	

Der Rest 62, wie er mit dem Divisor 94 getheilt werden soll, wird neben die gefundene Zahl 497 gesezt, und man erhält $497\frac{62}{94}$ als den ganzen Quotienten.

Anmerkung: Darin liegt der Grund dieses Verfahrens, daß man vor der Division im Dividend und im Divisor gleich viel Nullen wegschneiden oder zusetzen kann, und man immer den nämlichen Quotienten erhält, indem z. B. 1.000 in 4.000 so oft enthalten ist, wie 1 in 4 und umgekehrt 1 in 4 so oft geht, als 1.000 in 4.000.

§. 41.
Beispiele zur Uebung.
I.

Dividend	694.120	18.760 Quotient.
Divisor	(37)	
	37	
	32(4)	
	29 6	
	- 28(1)	
	259	
	- 22(2)	
	222	
	- - -(0)	

II.

```
Dividend  354.158 | 1.234 Quotient.
Divisor  (287)    |
          287
          ---
          -67(1)
           574
           ---
           -97(5)
            861
            ---
            1.14(8)
            1.148
            -----
            - - - -
```

III.

```
Dividend 294'608.173 | 504.466 29/584 Quot.
Divisor  (584)       |
         2.920
         -----
         - -26(0)(8)
            2.336
            -----
            -2.72(1)
             2.336
             -----
             - 3.85(7)
               3.504
               -----
               - 3.53(3)
                 3.504
                 -----
                 - -29
```

§. 42.

Zweifache Probe der Division.

A) Durch Division.

Ist bei der Division am Ende kein Rest geblieben, so dividire man mit dem Quotienten den Dividend, man muß den Divisor erhalten; wenn aber bei der Division ein Rest geblieben ist, so dividire man ebenfalls den Dividend, nachdem man diesen Rest zuvor davon abgezogen hat, mit der ganzen Zahl des Quotienten, und es muß wieder der zu Anfang gegebene Divisor erhalten werden.

Im zweiten Beispiele des §. 41. hat man 354.158 dividirt und 1.234 als Quotienten erhalten; zur Probe dividire man den nämlichen Dividend 354.158 mit dem Quotienten 1.234:

Dividend 3 $\dot{5}\dot{4}$.1 58 | 287 Quotient.
Divisor (1.234)
2.46 8
$\dot{1}$ 0.$\dot{7}$3(5)
9.87 2
- 8.63(8)
8.63 8
- - - -

Aus dem, daß man den vorigen Divisor 287 als Quotienten erhält, erkennt man die Richtigkeit der Rechnung.

In dem, §. 40. Ziffer 7, aufgestellten Beispiele hat man 384.673 mit 5.600 dividirt, und beim gefundenen Quotienten am Ende den Rest

3.873 erhalten; man subtrahire diesen Rest vom Dividend 384.673, und dividire die gefundene Zahl 380.800 mit 68, man wird den Divisor 5.600 zum Quotienten bekommen.

```
Dividend  380.800 | 5.600 Quotient.
Divisor   (68)    |
           340
          -----
           -40(8)
            408
          -----
            - - -
```

Man findet auf diese Weise zum Zeichen der Richtigkeit der vorgenommenen Berechnung den vorigen Divisor 5.600 wieder als Quotienten.

B) Durch Multiplikation.

Man multiplizire den Quotienten mit dem Divisor, und im Falle bei der Division ein Rest geblieben ist, addire man denselben zum Produkte, man wird, wenn die Rechnung richtig ist, wieder den Dividend als Produkt erhalten.

Im §. 40. Ziffer 5. Beispiel I. hat man 17.928 mit 36 dividirt, und zum Quotienten 498 erhalten. Man multiplizire zur Probe 36 mit 498 oder 498 mit 36, und es muß wieder der Dividend 17.928 zum Vorschein kommen:

```
Quotient    498 jezt Multiplikand.
Divisor      36 jezt Multiplikator.
          ------
          2.988
          1.494
          ------
Dividend  17.928 jezt Produkt.
```

Im §. 41. Beispiel III. hat man 294'608.173 mit 584 dividirt, und 504.466 als Quotienten, nebst einem Rest von 29 erhalten. Zur Probe multiplizire man den Quotienten 504.466 mit dem Divisor 584, und zähle den Rest 29 zum Produkte, und man muß wieder den Dividend erhalten, das ist:

```
      504.466
          584
  -----------
    2'017.864
   4'035.728
  2'522.330
  -----------
  294'608.144
           29
  -----------
  294'608.173
```

Es ist demnach wieder 504.466 multiplizirt mit 584, und 29 dazu addirt, 294'608.173.

§. 43.

Die Probe der Multiplikation durch die Division.

Das bei der Multiplikation erschienene Produkt muß man mit dem Multiplikand dividiren, und man erhält den Multiplikator als Quotienten, oder wenn man das Produkt mit dem Multiplikator dividirt, so erhält man wieder den Multiplikand.

Es gilt demnach überhaupt als Regel, wenn man das Produkt mit einem Faktor dividirt, daß man den andern Faktor als Quotienten erhält.

Im §. 34. Ziffer 7. hat man die Zahl 6.482 mit 507 multiplizirt, und 3'286.374 zum Produkte erhalten.

Wenn man nun das Produkt 3'286.374 mit dem Multiplikand 6.482 dividirt, so erhält man den Multiplikator 507 zum Quotienten, und wenn man das Produkt 3'286.374 mit dem Multiplikator 507 dividirt, so erhält man den Multiplikand 6.482 als Quotienten.

§. 44.

Verschiedene Beispiele.

I.

Wenn ein Major jährlich, einschließlich aller Bezüge, 1820 Gulden Gage hat, wie viel trift ihm monatlich?

II.

Wie stark ist eine Kompagnie des Grenadier Garde — eine Kompagnie eines Linien Infanterie Regiments, und eine Kompagnie eines Jäger Bataillons, wenn das, was im I. und II. Beispiele des §. 38. hierüber angegeben ist, als Basis dient, und zum Ober = Mittel = und Unterstabe bei der Grenadier Garde 47 — bei einem Linien Infanterie Regimente 40 — und bei einem Jäger Bataillon 14 Individuen abgerechnet werden?

III.

Wie stark ist eine Eskadron vom Garde du Corps — eine von einem Linien Kuirassier — und eine von einem Chevauxlegers Regiment,

wenn das als Grund angenommen wird, was hierüber das dritte Beispiel im §. 38. ausspricht, und zum Ober = Mittel = und Unterstabe im ersten 19, bei einem von den zweiten 18, und bei einem von den dritten 22 Individuen gezählt werden?

IV.

Wenn man annimmt, daß die im IV. Beispiele, §. 38., erwähnte Artillerie in 24 Kompagnien eingetheilt wird, und die verschiedenen Stabs = Parteien 59 Individuen zählen, — wenn man ferners das in dem nämlichen Beispiele angeführte Fuhrwesen in 4 Divisionen theilt, und 18 Köpfe für die Stabs = Parteien abrechnet —, wie stark ist dann eine Artillerie = Kompagnie, und eine Fuhrwesens = Division?

Anmerkung: 1) In diesem ganzen Hauptstücke wendete ich die arithmetischen Zeichen nicht an, und drückte ihre Bedeutung immer mit Worten aus; dieses geschah aus dem Grunde, weil man anfänglich, wenn man Rechnen lernt, ohne dieß viel zu merken hat, und dem Anfänger es immer ein bischen schwer fällt, die genannten Zeichen auszusprechen, und deren Sinn zu verstehen. — Vom folgenden Hauptstücke anfangend werde ich selbe aber in ihre volle Anwendung bringen.

2) Auch habe ich im gegenwärtigen Hauptstücke alle Zahlen, durch die bekannten Punkte und Striche, zur Erleichterung der Schüler, klassifizirt, welches von nun an unterbleibt, da jeder, der das, was dieses Hauptstück enthält, wohl versteht, schon so viele Gewandheit haben muß, auch ohne diese Klassifikation kleinere Zahlen lesen zu können. — Nur bei gro=

ßen Zahlen, die wenigstens 7 Stellen haben; werde ich ferners noch die bekannten Abtheilungszeichen anwenden.

3) Endlich werden von nun an auch die Zeichen weggelassen, die bisher bei der Subtraktion und Division (der Punkt und die Einklammerung) in Anwendung kamen, da jezt die Anfänger schon so viele Sachkenntniß besitzen werden, daß sie diese Fingerzeige entbehren können.

II. Hauptstück.

Vom Reduziren und von den vier Rechnungsarten mit benannten ganzen Zahlen verschiedener Benennung.

I. Abschnitt.

Vom Reduziren.

A.

Erklärungen.

§. 45.

1) Eine Zahl (§. 2.), die als Inbegriff mehrerer Einheiten (§. 4.) bestimmter Art genommen wird, heißt eine benannte — (§. 6.) ganze Zahl (§. 10.).

2) Die benannten Zahlen nennt man gleichartige Größen (§. 5.), die Dinge der nämlichen Art und Beschaffenheit bezeichnen: z. B. Waare und wieder Waare der nämlichen Sorte, eine Summe Geldes und wieder Geld ꝛc.

3) Jene benannte Zahlen, heißen ungleichartige Größen, welche ganz verschiedene Dinge anzeigen; z. B. 1 Maaß Bier und 1 Elle Leinwand.

4) Ungleichnamig heißen die Größen, die entweder ungleichartig oder gleichartig sind, und im leztern Falle ebenfalls unter einer verschie-

denen Benennung ausgedrückt werden; z. B. 8 Gulden und 12 Kreutzer, ferners 15 Zentner und 16 Loth der nämlichen Waare.

5) Die gleichartigen Größen heißen im Gegentheile gleichnamig, die zugleich eine, und die nämliche Benennung haben; z. B. 100 fl. Kapital und 400 fl. Kapital.

6) Eine solche Zahl, die angiebt, wie viel niedere Einheiten bestimmter Art zu nehmen sind, um eine höhere Einheit zu erhalten, heißt eine Reduktionszahl (§. 7. und §. 8.); so ist z. B. bei Kreutzern und Gulden 60 die Reduktionszahl, weil 60 Kreutzer einen Gulden geben.

7) Jene Veränderungen, durch welche benannte Zahlen, ohne den Werth der vorkommenden Größen zu verändern, auf andere Zahlen niederer oder höherer Art gebracht werden, nennt man das Reduziren (reduco, zurückführen); man reduzirt z. B., wenn man Zentner zu Pfund, oder umgekehrt Pfund zu Zentner macht, wobei man immer eine und die nämliche Summe Gewichtes, wiewohl unter einer verschiedenen Benennung, hat.

B.

Einige Reduktionszahlen, vorzüglich in Absicht auf die baierischen Maaße, Gewichte ꝛc.

§. 46.

Das Längenmaaß betreffend.

a) Um Längen zu messen, und somit ihre Größe in Zahlen anzugeben, hat man Längen von bestimmter Größe.

Anmerkung: Wird die Größe eines Dinges durch ein ihm gleichartiges bestimmt, so muß dieses leztere schon zum voraus bekannt und gegeben sein, um untersuchen zu können, wie oft dieses gesezt werden muß, um jenes, das nun eine gezählte Größe heißt, zu erhalten.

b) Man hat den Längenmaaßen ihre eigenen Benennungen gegeben; dieselben heißen: Fuß oder Schuh, Elle, Klafter, Ruthe, Stunde und Meile. Diese Benennungen werden, je nachdem von einer größern oder kleinern Länge die Rede ist, in Anwendung gebracht.

c) Zur Bestimmung der Verhältnisse der verschiedenen Längenmaaße ist der ehmalige königl. Pariser Fuß als die gemeinschaftliche Einheit angenommen worden, womit die übrigen Längenmaaße verglichen werden.

d) Das Verhältniß des baierischen Fußes zu dem ehemaligen königl. Pariser Fuß ist = 1000 : 1113; dasselbe wurde durch die königl. baierische Akademie mit aller Schärfe bestimmt. Theilet man nun den Pariser Fuß in 144 gleiche Theile, welche Linien genannt werden, so hält der baierische Fuß nach dem ebenerwähnten Verhältnisse $129^{38}/_{100}$ (129, 38) solche Theile.

e) Gesezlich gelten nun für die sämmtlichen baierischen Staaten (Regierungsblatt XX. Stück, den 11. März 1809, Seite 473) nachstehende Bestimmungen:

1) für das Längenmaaß ist der altbaierische Fuß die Einheit. Der Fuß ist in 12 Zoll, der Zoll in 12 Linien getheilt; dieser baie-

rische Fuß hält $129^{38}/_{100}$ (ist = 129, 38) Duodezimal-Linien des ehemaligen königl. Pariser Fußes;

2) die Klafter (Toise als Längenmaaß) hält 6 baierische Fuß;

3) die geometrische Ruthe (die Ruthe im Dezimalmaaße) ist 10 baierische Fuß lang;

4) die baierische Elle hält 2 baierische Fuß und $10^{1}/_{4}$ Zoll; eine solche baierische Elle ist daher = $369^{27}/_{100}$ (369, 27) Pariser Linien.

f) Die geographische oder sogenannte deutsche Meile, derer 15 einen Meridiangrad ausmachen, hält nach Klügel $22869^{6}/_{10}$, hingegen aber nach den neuesten französischen Vermessungen $22803^{29}/_{100}$ (22803, 29) Pariser Fuß, und daher $25380^{76}/_{1000}$ (25380, 076) baierische Fuß.

g) Die baierische Chausseemeile betrug ehemals 26000 baierische Fuß, und somit die sogenannte Stunde, welche die Hälfte einer solchen Meile ist, 13000 baierische Fuß. Gegenwärtig hält die baier. Chausseemeile 25406 baierische Fuß = $22826^{6}/_{10}$ Pariser Fuß, mithin eine Chausseestunde 12703 baierische Fuß, in welcher Entfernung auch die Stundensäulen gesezt sind.

h) Man unterscheidet den geometrischen und den bürgerlichen Fuß (oder Werkschuh). Jener wird nach dem Dezimal-, dieser nach dem Duodezimalmaaße eingetheilt.

i) Im Duodezimalmaaße ist die Ruthe eine Länge von 12 Fuß.

k) Man drückt Ruthen, Fuß, Zoll, Li-

nien, Punkte durch die rechts oben an die Zahlen gesezten Zeichen (°, ′, ″, ‴, ⁗,) aus; z. B. 25° 8′ 5″ 4‴ 3⁗ lies't man: „25 Ruthen, 8 Fuß, 5 Zoll, 4 Linien, 3 Punkte."

Eintheilung des Fußmaaßes überhaupt.

1) Im Duodezimalmaaße.

	Zoll	Linien	Punkte
1 Fuß hält	12	144	1728
1 Zoll =	—	12	144
1 Linie =	—	—	12

2) Im Dezimalmaaße.

	Zoll	Linien	Punkte
1 Fuß hält	10	100	1000
1 Zoll =	—	10	100
1 Linie =	—	—	10

Anmerkung: 1) Die Punkte werden von Einigen auch Skrupel genannt.

2) Unter Beziehung auf §. 40., Ziffer 4., Anmerkung 1. und 2. muß hier noch folgendes, weil bei den vorkommenden Tabellen über die Maaße, Gewichte und Münzen die Brüche unvermeidlich sind, bemerkt werden: die Brüche, z. B. $^1/_2$, $^1/_4$, $^{1345}/_{4000}$, $^{67}/_{100}$, $^{244025}/_{1'000.000}$ ꝛc. werden so gelesen, „ein zweiter Theil, ein viertel Theil ꝛc." oder kürzer „ein Halbes, ein Viertel, 1345

Viertausendtel, 67 Hunderttel, 244025 Millionstel ꝛc." welches dann eben so viel heißt, als man soll von einem Ganzen die Hälfte, den vierten Theil, den 4000sten Theil 1345 mal, den 100sten Theil 67 mal, den 1'000.000sten 244025 mal ꝛc. nehmen.

3) Die Verhältnisse der Maaße, Gewichte und Münzen werden gewöhnlich durch Dezimalbrüche ausgedrückt; hier sind diese aber nur manchmal mittels der Einklammerungszeichen beigefügt, und man drückte zur größern Verständlichkeit die Resultate in der Gestalt der gemeinen Brüche aus.

Wenn demnach hier auf eine Zahl unmittelbar eine eingeklammerte Zahl folgt, so ist diese wieder die nämliche Zahl, und wie die erste zu lesen und zu verstehen.

§. 47.

Das Flächenmaaß.

a) Kleinere Flächen werden durch Quadratschuh, Quadratzoll ꝛc., d. h. durch Flächen von bestimmter Größe gemessen, die in der Länge und Breite einen Fuß, einen Zoll ꝛc. halten.

b) Bei größeren Flächen dient zum Maaße das Tagwerk, Morgen oder Juchart (Juchert, Jauchert), welches in Baiern zufolge gesezlicher Bestimmung genau 40000 baierische Quadratfuß hält (königl. baier. Regierungsblatt XX. Stück den 11. März 1809 Seite 474).

c) Der baier. Quadratfuß oder Quadratschuh hält beinahe $116^{244055}/_{1'000.000}$ (116, 244055) Pariser Quadratzoll.

d) Die Klafter als Flächenmaaß, d. h. die baierische Quadratklafter hält 36 baierische Quadratfuß.

e) Die baierische Quadratruthe hält im Dezimalmaaße 100, hingegen aber im Duodezimalmaaße 144 baierische Quadratfuß.

f) Das vorhin erwähnte baierische Tagwerk oder Juchart, welches = 40000 baierischen Quadratfuß, hält demnach 400 baierische Quadratruthen, und ist somit die Fläche eines regulären Viereckes, welches 200 baierische Fuß lang, und eben so breit ist.

g) Das größte Flächenmaaß ist endlich die Quadratmeile, d. h., die Fläche eines Quadrates, oder regulären Viereckes, welches in der Länge eine Meile, und in der Breite ebenfalls eine Meile hat.

Die Quadratmeile in Baiern hält 645'464.836 baierische Quadratfuß.

Die deutsche Quadratmeile hält 519'990.034 $^{8241}/_{10000}$ (519'990.034, 8241) französische Fuß.

h) Anstatt Quadratmeile, Quadratfuß, Quadratzoll ꝛc. wird kürzer geschrieben „□ Meile, □ Fuß, □ Zoll ꝛc.“, aber wird wieder wie vorhin gelesen, nämlich „Quadratmeile, Quadratfuß ꝛc.“

Eintheilung des Quadratfußes.

1) Im Duodezimalmaaße.

	□ Zoll	□ Linien	□ Punkte
1 □ Fuß hält	144	20736	2'985.984
1 □ Zoll =	—	144	20736
1 □ Linie =	—	—	144

2) Im Dezimalmaaße.

	□ Zoll	□ Linien	□ Punkte
1 □ Fuß hält	100	10000	1'000.000
1 □ Zoll =	—	100	10000
1 □ Linie =	—	—	100

§. 48.

Körpermaaß.

a) Körper werden wieder durch Körper von bestimmter Größe gemessen.

b) Einen Körper messen heißt vermittels eines andern Körpers, dessen Größe schon zum Voraus gegeben und bekannt ist, die Größe des Raumes angeben, den ein gewisser Körper einnimmt, mithin bestimmen, wie oft das gebrauchte Körpermaaß genommen werden muß, um den zu bestimmenden Körper zu erhalten.

Anmerkung: Wird die Größe eines Dinges durch ein ihm gleichartiges bestimmt, so muß dieses leztere schon zum voraus bekannt und gegeben sein, um untersuchen za können, wie oft dieses gesezt werden muß, um jenes, das nun eine gezählte Größe heißt, zu erhalten.

c) Unter Kubikfuß oder Kubikschuh versteht man einen Würfel, der 1 Fuß in der Länge, 1 Fuß in der Breite, und 1 Fuß in der Höhe hat. Unter Würfel versteht man in der Geometrie jenen regulären Körper (das Hexädrum), welcher durch sechs gleiche reguläre Vierecke (Quadrate) begränzt ist.

Der baier. Kubikfuß hält $1253^{307626}/_{1'000.000}$ (1253, 307626) franözsische Kubikzoll.

d) Die baierische Kubikruthe hält im Dezimalmaaße 1000, hingegen aber im Duodezimalmaaße 1728 baierische Kubikfuß.

e) Das größte Körpermaaß ist die Kubikmeile, d. h., ein Würfel, der eine Meile in der Länge, eine in der Breite, und eine in der Höhe hat.

f) In Absicht auf die baierische Klafter als Holzmaaß (das Holz-Klaftermaaß) ist nachträglich zum Edikte vom 28. Februar 1809, die Einführung gleicher Maaße und Gewichte im Königreiche Baiern betreffend, Folgendes gesezlich bestimmt worden:

„Von nun an soll in dem Königreiche Baiern auch ein gleiches Holz-Klaftermaaß, und zwar sechs Fuß breit, sechs Fuß hoch, und drei einen halben Fuß tief, bestehen. Der Kubikinhalt des Holzmaaßes berechnet sich demnach auf 126 Kubikfuß.

Alles Brennholz, daß im Inlande zum Verkaufe gebracht wird, soll nach diesem Maaße behandelt werden.“ (Königl. baier. Regierungsblatt LXXII. Stück. — München den 13. Novembr. 1811, Seite 1667).

g) Zum Körpermaaße gehört auch das Getraid-, Mehl-, Kalk- und Getränkmaaß; dann werden einige Körper gezählt, z. B. das Papier, andere hingegen nach dem Gewichte bestimmt, wovon in den folgenden §§. die Rede sein wird.

Eintheilung des Kubikfußes.

1) Im Duodezimalmaaße.

	Kubikzoll	Kubiklin.	Kubikpunkte
1 Kubikfuß hält	1728	2'985.984	5.159'780.352
1 Kubikzoll ;	——	1728	2'985.984
1 Kubiklinie ;	——	——	1728

2) Im Dezimalmaaße.

	Kubikzoll	Kubiklin.	Kubikpunkte
1 Kubikfuß hält	1000	1'000.000	1.000'000.000
1 Kubikzoll ;	——	1000	1'000.000
1 Kubiklinie ;	——	——	1000

§. 49.

Baierisches Getränkmaaß.

a) Einige flüßige Körper, als Wein, Bier ꝛc. werden nach ihrem körperlichen Inhalte, d. h., nach der Größe des Raumes, den sie einnehmen, gemessen.

b) Vermöge einer königlichen allerhöchsten Verordnung (Regierungsblatt XX. Stück, den 11. März 1809, Seite 474) ist im ganzen Königreiche Baiern die Maaßkanne, welche 43 baierische Dezimal-Kubikzoll, folglich $53^{8923}/_{10000}$ (53, 8923) Pariser Duodezimal-Kubikzoll hält, als Einheit für die Flüßigkeiten festgesezt.

c) Der baierische Visiereimer hält 64 Maaßkannen (64 baierische Maaß), und ist = 2752 baierischen Dezimal-Kubikzoll = 4755 456/1000 baierischen Duodezimal-Kubikzoll = 3449 1072/1000 Pariser Duodezimal-Kubikzoll.

d) Der baierische Schenkeimer beträgt 60 Maaßkannen (60 baierische Maaß), und ist = 2580 baierischen Dezimal-Kubikzoll = 4458 14/100 baierischen Duodezimal-Kubikzoll = 3233 538/1000 französischen Kubikzoll.

e) Beim Weinmaaße ist auch das Fuder oder Ohm üblich, welches nicht überall auf die nämliche Weise eingetheilt wird. Nach Angabe des Herrn Professors Weigl wird das Ohm in zwei Eimer, der Eimer in 4 Viertel, und dieses in 15 Maaß eingetheilt. — In Holzapfels Beiträgen zum Kopfrechnen (München 1806, im kön. baier. deutschen Schulbücher-Verlage am Rindenmarkte) wird das Fuder in 6 Ohm, ein Ohm in 2 Eimer, ein Eimer in 60 Maaß, und diese in 2 Halbe (Seidel), oder in 4 Quartel abgetheilt.

Eintheilung des baierischen Schenkeimers.

	Maaß	Halbe Maaß oder Seidel	Viertel Maaß od. Quartel	Achtel Maaß oder Achterl
1 Eimer hält	60	120	240	480
1 Maaß =	—	2	4	8
1 Halbe Maaß oder 1 Seidel hält	—	—	2	4
1 Quartel .	—	—	—	2

Anmerkung: Die Viertelmaaß oder das Quartel nennt man auch einen Schoppen, und die Achtelmaaß oder das Achterl einen halben Schoppen oder auch einen Pfiff.

§. 50.
Baierisches Getraid-, Mehl- und Kalkmaaß.

a) Das gegenwärtig für das ganze Königreich Baiern vorgeschriebene Getraidmaaß ist das so genannte Münchner Schäffel. Das Mutterschäffel, welches auf dem Rathhause zu München aufbewahrt wird, besteht aus einem kupfernen abgekürzten Kegel.

b) Die gesezmäßige Größe des baierischen Schäffels beträgt nun 208 baierische Maaß, oder 8944 baierische Dezimal-Kubikzoll = $15455^{232}/_{1000}$ baierischen Duodezimal-Kubikzoll = $11209^{598}/_{1000}$ französischen Duodezimal-Kubikzoll.

c) Nach diesem Maaße werden alle Getraidarten im ganzen Königreiche gemessen (königlich baier. Regierungsblatt XX. Stück, den 11ten März 1809, Seite 474). Beim Haber hielt früher das Schäffel um den 6ten Theil, das ist, um einen Metzen mehr, man maß nämlich das gewöhnliche Schäffel, und gab noch einen gewöhnlichen Metzen dazu, so daß also ein Haberschäffel $^7/_6$ Korn- oder Waizenschäffel betrug, und dieses war auch von allen Unterabtheilungen zu verstehen, nämlich der Habermetzen war wieder = $^7/_6$ Kornmetzen = $2^1/_3$ Korn- oder Waizenviertel 2c.

d) Gegenwärtig wird, um beim Gedraidmaaße eine Gleichförmigkeit zu haben, auch das

Schäffel Haber zu 6 Metzen gerechnet, wodurch dann die Eintheilung des Habermaaßes mit jener des Kornmaaßes ganz die nämliche, und somit bei den Reduktionen des Habermaaßes ebenfalls nachstehende Tabelle, welche die Eintheilung des baierischen Getraidmaaßes darstellt, zu benützen ist.

e) Das Mehl wird mit dem Getraidmaaße gemessen.

f) Hinsichtlich des Kalkmaaßes ist Folgendes gesezlich bestimmt worden:

1) „Es soll, vom 1. Oktober l. J. 1811 anfangend, im ganzen Königreiche Baiern ein gleiches Kalkmaaß bestehen.

2) Die Einheit des Kalkmaaßes soll der in der allgemeinen Verordnung vom 28. Febr. 1809 über Einführung gleicher Maaße und Gewichte vorgeschribene baier. Metzen sein; auch beim Kalk machen 6 Metzen ein Schäffel, 24 Metzen aber eine Muth; doch soll dieser Metzen als Kalkmaaß nicht wie bei dem Getraide zilindrisch, sondern ein abgekürzter Kegel sein, und zwar dergestalt, daß der obere Durchmesser 1 Fuß 3 Zoll, der untere Durchmesser 1 Fuß 6 Zoll, und die Höhe desselben 11 Zoll 11 2/5 Linien messe.

Weil bei dem Kalk das bisher gebrauchte Maaß immer gehäuft wurde, um die zwischen den Kalksteinen in dem Maaße selbst entstehenden Lücken zu ersetzen, so soll die Methode des Haufens bei der Ausmessung des Kalkes auch bei dem neuen Metzen noch beibehalten, und angewendet werden.“ (K. baier. Regierungsblatt LXII. Stück, München den 3. Juli, 1811, Seite 819.)

Eintheilung des baierischen Getraidmaaßes.

	Metzen	Viertel, 1/2 Metzen	1/2 Viertel, 1/4 Metzen	Viertling, Maßl, oder 1/8 Metzen	1/2 Viertling, 1/2 Maßl, oder 1/16 Metzen	Dreißger, 1/32 Metzen	1/2 Dreißger, 1/64 Metzen
1 Schäffel hält	6	12	24	48	96	192	384
1 Metzen ,	—	2	4	8	16	32	64
1 Viertel oder 1/2 Metzen hält	—	—	2	4	8	16	32
1/2 Viertel oder 1/4 Metzen =	—	—	—	2	4	8	16
1 Viertling, Maßl, oder 1/8 Metzen =	—	—	—	—	2	4	8
1/2 Vrtlng., 1/2 Maßl, od. 1/16 Metz. =	—	—	—	—	—	2	4
1 Dreißger oder 1/32 Metzen =	—	—	—	—	—	—	2

Anmerkung: Anstatt der Benennungen „Viertel und Dreißger" wählt man passender die Ausdrücke „Halber Metzen, und ein Zweiunddreißgerl Metzen oder ein Zweiunddreißger."

§. 51.

Papiermaaß, und einige Maaße anderer Körper, welche gezählt werden.

a) Einige Körper, die von bekannter, und im Durchschnitte auch gleicher Größe sind, werden gezählt, um ihren Werth bestimmen zu können.

b) Es werden hierüber nur nachstehende zwei Tabellen angeführt, indem die bei solchen Körpern vorkommenden Reduktionszahlen an jenen Orten, wo man sich derselben bedient, schon zum voraus hinlänglich bekannt sind.

I.

Eintheilung des Papiermaaßes.

	Riß	Buch	Bogen Schreibpap.	Bogen Druckpapier
1 Ballen hält	10	200	4800	5000
1 Riß =	—	20	480	500
1 Buch =	—	—	24	25

Anmerkung: 1) Ein Alphabet in der Buchdruckerei hält 23 Bogen.

2) Bei schriftlichen Meldungen ꝛc. der königl. baier. Armee soll das Papier, nach den bestehenden Vorschriften, in der Regel das vorgeschriebene Kanzlei-Format, nämlich im länglichten Viereck (Rechteck) vierzehn Zolle baierischen Maaßes in der Länge, acht und einen halben Zoll in der Breite haben, und zugleich beschnitten sein.

II.

Maaße solcher Körper, die an einigen Orten auf nachstehende Weise gezählt werden.

	Schilling	Mandel	Dutzend	Stück
1 Schober od. Schock hält	2	4	5	60
1 Schilling hält	—	2	2½	30
1 Mandel "	—	—	1¼	15
1 Dutzend "	—	—	—	12

Anmerkung: 1) Ein Mandel ist fünfzehn, der Schilling eine Münze, ein Schilling dreißig (auch 12); Ein Schock ist 60 (neu Schock) und 20 (alt Schock).

2) Nach Holzapfels Angabe hält eine Ballen österreichisches Pfundleder 30 bis 32 Stück Häute, mithin 15 bis 16 Paar solcher Stücke, da ein Paar 2 Stück hält; ferner eine Ballen Juchten hält 20 auch 25 Rollen, eine Rolle Riemenjuchten hält 10 Häute, eine Rolle Schwerjuchten hält 6 Häute, und ein Puschen hält 10 Stück Kalb- oder Schaffelle.

§. 52.

Baierisches Gewicht.

a) Das holländische Troygewicht wird seit langer Zeit als Maaßstab gebraucht, nach welchem die an verschiedenen Orten eingeführten Gewichte mit einander verglichen werden. Das Troygewichte bekam den Namen von Troyes in der Champagne in Frankreich, wo ehedem sehr ansehnliche Jahrmärkte gehalten wurden.

b) Eine Mark des holländischen Troygewichtes ist = 8 Unzen = 160 Engel = 640

Fierling = 1280 Troisken = 2560 Deursken = 5120 Aß = 68933 köln. Richtpfenning, wenn man nämlich mit Vega annimmt, daß 41 holländische Aß beinahe 552 köln. Richtpfenning geben.

c) Die Kölner-Mark, deren Eintheilung in der nachstehenden Tabelle II. vorkömmt, verhält sich zur holländischen beinahe wie 19 : 20, oder nach kölnischen Richtpfenningen, wie 65536 : 68933, so daß also ein holländisches Aß $13^{47}/_{100}$ (13, 47) kölnische Richtpfenning hat.

d) Das neue französische Gewicht, welches Gramme genannt wird, hält $20^{8128}/_{10000}$ (20, 8128) Aßen des holländischen Troygewichtes.

e) Im ganzen Königreiche Baiern ist einerlei Gewicht eingeführt, und zugleich sind die hinsichtlich der baierischen Muttergewichte obwaltenden Unbestimmtheiten dadurch gesezlich gehoben worden, daß im Jahre 1809 dieser Gegenstand von einer königl. baierischen Kommission in Untersuchung genommen, ein Gewichteinsaz von einem Pfund als Muttermaaß mit der größtmöglichsten Sorgfalt verfertiget und daraus folgende gesezliche Bestimmungen festgesezt wurden:

1) „Für das Handelsgewicht bleibt in der Folge das Münchner-, oder baierische Pfund die Einheit, und ein solches Pfund kömmt 560 Grammes des französischen Gewichtes gleich (Königl. baier. Regierungsblatt XX. St. den 11. März 1809. Seite 475).

2) Das Apothekergewicht, welches gegenwärtig 7445 holländische Aßen (mithin beinahe 358 Grammes) schwer ist, soll um 2 Grammes,

oder den 179sten Theil seines Gewichtes vermehrt werden, wodurch es 360 Grammes schwer wird. Das künftige Apothekerpfund verhält sich also zu dem bürgerlichen wie 360 zu 560 oder wie 9 zu 14; das ist: Neun Zivilpfunde geben künftig genau 14 Apothekerpfunde, und da das bürgerliche Pfund in 32 Loth, das Apothekerpfund aber in 12 Unzen, oder 24 Loth getheilt wird, so sind sechs Loth bürgerlichen Gewichts genau sieben Loth des Apothekergewichts, und jede Unze des leztern hält 30 Grammes des kaiserlich französischen Gewichtes. Die Einführung dieses Gewichtes soll mit dem 1. Juli 1811. Statt haben (Königl. baier. Regierungsblatt X. St. den 6. Febr. 1811. S. 195).

3) Das bei dem Konventions-Münzfuße zur Ausmünzung übliche Kölnergewicht, und

4) das bisher schon in dem größten Theile von Baiern als Silbergewicht gebrauchte Wiener-Markgewicht, welches mit dem Kölner in dem bekannten Verhältnisse wie 6 zu 5 steht, soll noch ferner im Gebrauche bleiben, und dieses auch an allen Orten (mit Ansnahm der Stadt Augsburg) als Silbergewicht eingeführt werden. (Königl. baier. Regierungsblatt XXXI. Stück, den 11. Mai 1811. Seite 593)."

f) Diesen Bestimmungen zufolge hält also

1) das baierische Pfund Handelsgewicht 1165 168/1000 (11655, 168) holländische Aßen.

2) Das neue Apothekergewicht 7492 608/1000 (7492, 608) holländische Aßen.

3) Das baierische Münzgewicht, oder die Kölnermark 4867 5/10 (4867, 5) holländische Aßen.

4) Das Silbergewicht, die Wienermark = 6/5 Kölnermark zu 16 Loth, hält 5841 mithin das ganze Pfund zu 2 Mark 11682 holländische Aßen.

I.
Eintheilung des baier. Handelsgewichtes.

	Pfund	Unzen	Loth	Quint.	Pfenig. Gewt.	Gran
1 Zentner hält	100	1600	3200	12800	51200	768000
1 Pfund =	—	16	32	128	512	7680
1 Unze =	—	—	2	8	32	480
1 Loth =	—	—	—	4	16	240
1 Quintel =	—	—	—	—	4	60
1 Pfeninggew. =	—	—	—	—	—	15

II.
Eintheilung des baierischen, und überhaupt des deutschen Apothekergewichtes.

	Unzen	Loth	Drachma oder Quintel	Skrupel	Gran
1 Pfund hält	12	24	96	288	5760
1 Unze =	—	2	8	24	480
1 Loth =	—	—	4	12	240
1 Drachm. od. Quintel =	—	—	—	3	60
1 Skrupel =	—	—	—	—	20

III.

Eintheilung des baierischen Münzgewichtes, oder der Kölner=Mark.

	Unzen	Loth	Karath	Quint.	Pfenning	Gran	Eschen oder Aß	Richtpfenning
1 Mark hält	8	16	24	64	256	288	4352	65536
1 Unze =	—	2	3	8	32	36	544	8192
1 Loth =	—	—	$1\frac{1}{2}$	4	16	18	272	4096
1 Karath =	—	—	—	$2\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{3}$	12	$181\frac{1}{3}$	$2730\frac{2}{3}$
1 Quintel =	—	—	—	—	4	$4\frac{1}{2}$	68	1024
1 Pfenning =	—	—	—	—	—	$1\frac{1}{8}$	17	256
1 Gran =	—	—	—	—	—	—	$15\frac{1}{9}$	$227\frac{5}{9}$
1 Aß oder Eschen hält	—	—	—	—	—	—	—	$15\frac{1}{17}$

Anmerkung: a) In Absicht auf das Handels= und Münzgewicht kommen auch folgende Eintheilungen vor:

1) Krämergewicht.

Der Zentner hat 100 Pfund (Tabell I.), oder 2 halbe Zentner, oder 4 viertel Zentner, oder 8 achtel Zentner.

Ein halber Zentner hat 50 Pfund, ein viertel Zentner hat 25 Pfund und ein achtel Zentner hat 12½ Pfund.

Ein Pfund hat 2 halbe Pfund, oder 4 Vierling, oder 8 halbe Vierling oder 32 Loth.

Ein halbes Pfund hat 16 Loth, ein Vierling hat 8 Loth, und ein halber Vierling hat 4 Loth.

Ein Loth hat 4 Quintel, und 1 Quintel 4 Pfenninggewicht.

2) Silbergewicht.

Ein Mark Silber hält 16 Loth oder ½ Pfund, 1 Loth hält 4 Quintel, und 1 Quintel hält 4 Pfenninggewicht.

3) Goldgewicht.

Ein Pfund hält 2 Mark, 1 Mark hält 24 Karath, 1 Karath hält 4 Gran, und 1 Gran hält 3 Grän.

b) Die Eintheilung des Kreises wird im zweiten Theile vorgetragen werden.

§. 53.

Zeitmaaß.

a) Jene Zeit, binnen welcher Tag und Nacht abwechseln, und sich somit die Erde einmal um ihre Axe drehet, heißt ein Tag.

b) Der Tag wird in 24 gleiche Theile, welche Stunden genannt werden, getheilt.

c) In 365 Tagen und beinahe 6 Stunden bewegt sich die Erde als ein Planet um die

Sonne; diese Zeit, binnen welcher die 4 Jahreszeiten abwechseln, heißt ein Jahr.

d) Unter Jahrhundert oder Säkulum, versteht man eine Zeit von 100 Jahren.

e) Das Jahr wird auch in 52 gleiche Theile, welche Wochen, und 12 gleiche Theile, welche Monate genannt werden, eingetheilt. Die Namen der 12 Monate, und die Anzahl der Tage eines jeden Monats sind folgende:

1)	Jäner	oder	Wintermonat	31 Tage
2)	Februar	=	Hornung	28 (29) Tage
3)	März	=	Frühlingsmonat	31 Tage
4)	April	=	Ostermonat	30 Tage
5)	Mai	=	Wonnemonat	31 Tage
6)	Juni	=	Brachmonat	30 Tage
7)	Juli	=	Heumonat	31 Tage
8)	August	=	Aerntemonat	31 Tage
9)	September	=	Herbstmonat	30 Tage
10)	Oktober	=	Weinmonat	31 Tage
11)	November	=	Windmonat	30 Tage
12)	Dezember	=	Christmonat	31 Tage

Anmerkung: Nach geballter Faust, wenn man die Monate vom Knöchel des Zeigfingers an durch alle Grübchen und Knöchel bis zum kleinen Finger, und von da zurück auf den Zeigfinger bis auf den dritten Finger zählt, fallen die Monate mit 30 Tagen (der Hornung hat 28, 29) in die Grübchen, und jene mit 31 kommen auf die Knöchel.

f) Ein Monat wird im Durchschnitte zu 30 Tagen gerechnet, indem es Monate giebt, die

30, einen, der weniger, und einige, die mehr als 30 Tage haben.

g) Die Woche hat 7 Tage, der Tag 24 Stunde ꝛc., wie man aus der nachstehenden Tabelle ersieht.

h) Das Vierteljahr oder Quartal (Quatember, Trimester) ist der 4te Theil des ganzen Jahres, und somit eine Zeit von 3 Monaten.

i) Unter Oktav versteht man eine Zeit von 8 Tagen.

k) Eine Lunation ist die Zeit von einem Neumonde zum andern, und beträgt, beinahe 29 Tag 13 Stunden. Man versteht hier unter Lunation den sinodischen Umlauf des Mondes, d. i., die Wiederkehr desselben zur Sonne oder zu den nämlichen Lichtgestalten und Vierteln. Die Bewegung des Mondes um die Erde, welche der periodische Umlauf desselben genannt wird, geschieht in 27 Tagen 8 Stunden.

l) Julius Cäsar, ein Römer, führte 46 Jahre vor Christi Geburt zu Rom das Sonnenjahr zuerst ein, und ordnete den Kalender so, daß jedes von 3 auf einander folgenden Jahren 365 Tage enthalten, jedes 4te Jahr aber ein Schaltjahre, das 366 Tage hat, sein sollte; weil man glaubte, daß das Jahr genau aus 365¼ Tagen bestehe. Allein es besteht nur aus 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten und 45 Sekunden (365 T. 5. St. 48′ 45″), man hatte also in 4 Jahren jedesmal 45 Minuten zu viel; und dieses betrug nach 1500 Jahren 10 Tage. Papst Gregorius XIII. ließ im Jahre 1582 diese

10 Tage weg, und verordnete für die Zukunft, daß unter den 100 Schaltjahren, die nach Cäsar's Einrichtung in 400 Jahren sein würden, 3 gemeine Jahre bleiben, und in 400 Jahren nur 97 Schaltjahre sein sollten.

Der Unterschied zwischen dem Julianischen und dem Gregorianischen Jahre betrug im Jahre 1701 = 11 Tage, im Jahre 1801 = 12 Tage ꝛc., mithin ist derselbe gegenwärtig 12 Tage.

Diese Differenz ist aber so zu verstehen, daß man nämlich nach dem Julianischen Kalender im Vergleiche mit dem Gregorianischen jezt immer um 12 Tage zurück, während man nach dem lezteren im Vergleiche mit dem ersteren um 12 Tage vorwärts ist.

m) Die Russen haben noch jezt das Julianische Jahr; um deßwillen sind sie nun in Absicht auf das Gregorianische Jahr immer um 12 Tage zurück. Wenn sich demnach zufolge Russischer Berichte irgend eine Begebenheit z. B. den 12. Dezember 1812. zugetragen hat, so ist dieselbe nach unsrer Zeitrechnung den 24. Dezember des nämlichen Jahres geschehen. Ist also ein gewisses Datum nach dem Russischen Kalender angegeben, so müssen wir noch 12 Tage dazu zählen, um dasselbe nach unserm Kalender auszudrücken, und im umgekehrten Falle müssen wir um 12 Tage rückwärts zählen.

Anmerkung: 1) Der Einzug Napoleons in Moskau fällt diesem zufolge nach Russischer Zeitrechnung auf den 3ten September 1812, während nach der unsrigen der 15. September angegeben wird. Der Abzug des französischen Heeres aus dieser Hauptstadt geschah nach unserm

Kalender am 19ten Oktober 1812., nach dem Russischen aber am 7. desselben Monats.

2) Am 19ten Oktober — begann der Abzug der Franzosen aus Moskau, und endete am 22. Oktober 1812.

n) Enlich wird das Jahr nach der scheinbaren Bewegung der Sonne in der Ekliptik in die 4 Jahreszeiten „Frühling, Sommer, Herbst und Winter" eingetheilt. Den 21. März ist der Anfang des Frühlings; es trifft die Frühlings-Nachtgleiche (Aequinoctium vernale) ein, indem da zu Anfang des Frühlings Tag und Nacht gleich ist. Die Sonne durchläuft dann in ihrer scheinbaren Bewegung die 12 Zeichen der Ekliptik, als Widder, Stier, Zwillinge — Krebs, Löwe, Jungfrau — Wage, Skorpion, Schütze — Steinbock, Wassermann, Fische, die man auch durch folgende Verse ausdrückt:

Im Norden sind zu seh'n der Widder und der Stier,
Die Zwillinge; der Krebs und Löw', der Jungfrau Zier;
Im Süden sind die Wag', der Skorpion, der Schütze;
Der Steinbock, Wassermann, der nassen Fische Sitze.

Kömmt die Sonne den 21. Juni in das Zeichen des Krebses, so tritt die Sommer-Sonnenwende (Solstitium aestivum) ein, und es ist dann der Anfang des Sommers; — kömmt sie den 23. September in das Zeichen der Wage, so tritt die Herbst-Nachtgleiche (Aequinoctium autumnale) ein, und es ist dann der Anfang des Herbstes; — kömmt sie endlich den 21. Dezember in das Zeichen des Steinbocks, so tritt die Winter-Sonnenwende (Solstitium brumale) ein, und es ist dann der Anfang des Winters.

o) Das astronomische Jahr, von welchem eben die Rede gewesen ist, fängt den 21. März an, das gewöhnliche Kalenderjahr den 1. Januar, das Etatsjahr im Königreiche Baiern den 1. Oktober ꝛc.

Eintheilung des Zeitmaaßes.

	Tag	Stunden	Minuten	Sekunden	Terzen
1 Jahr hat	365	8760	525600	31'536.000	1.892'160.000
	$365^1/_4$	8766	525960	31'557.600	1.893'456.000
	366	8784	527040	31'622.400	1.897'344.000
1 Tag =	—	24	1440	86400	5'184.000
1 Stunde =	—	—	60	3600	216000
1 Minute =	—	—	—	60	3600
1 Sekunde =	—	—	—	—	60

§. 54.
Von Münzen.

I.

a) Silber mit Kupfer, und Gold mit Silber oder mit beiden zugleich legiren oder beschicken, heißt solche Metalle zusammen schmelzen.

b) Feines Gold oder Silber wird jenes genannt, welches keinen Zusaz von einem andern Metalle enthält; da nun die Mark Gold in 24 Karath, und die Mark Silber in 16 Loth getheilt wird, so heißt

1) 23 oder 18 karathiges Gold jenes Stück, von welchem 23 oder 18 Theile fein Gold, und die übrigen 1 oder 6 Theile fremdartiges Metall enthalten, und man drückt den feinen Gehalt durch $^{23}/_{24}$ oder $^{18}/_{24}$ aus.

2) 12 oder 14 löthiges Silber heißt jedes Silber, von welchem 12 oder 14 Theile rein Silber, und die übrigen 4 oder 2 Theile aus fremdartigem Metalle bestehen; man bezeichnet dieses mit $^{12}/_{16}$ oder $^{14}/_{16}$ ꝛc.

c) Man unterscheidet

1) reelle oder gangbare Münzen, d. i., wirklich geprägte Geldstücke; z. B. Dukaten, Konventionsthaler ꝛc.

2) fingirte oder Rechnungsmünzen, wodurch als Maaßstab der Werth aller Dinge, und selbst der geprägten Münzen bestimmt wird; z. B. in Deutschland der Gulden, in England das Pfund Sterling ꝛc.

d) Um den Werth der reellen Münzen nach fingirten zu bestimmen, kömmt es

1) auf die Beschaffenheit (Qualität) und

2) das Gewicht (Quantität) des in einer Münze enthaltenen Metalles an.

e) Um das Gewicht des in einer Münze enthaltenen Metalles zu bestimmen, braucht man in ganz Deutschland das Kölner Markgewicht; man nennt daher

1) eine Mark vom feinem Golde oder Silber eine feine Mark oder eine Markfein;

2) eine Mark des beschickten edlern Metalles eine rauhe Mark oder eine Markrauh.

f) Ferner heißt

1) das Gewicht einer Münzsorte ihr Schrot,

2) der Gehalt der Münze am edlern Metalle das Korn,

3) das Gesez, wodurch Schrot, Korn und der Kaufwerth einer Münze bestimmt wird, der Münzfuß.

g) Das Gepräge der Münze enthält gewöhnlich Schrift, Namen, Bildniß und Wappen des Münzherrn, wodurch dieser die Beschaffenheit derselben versichert. Die Bildseite heißt die Hauptseite, Avers; die Schrift- oder Wappenseite heißt der Revers (Rückseite).

h) Die merkwürdigsten Münzfuße in Deutschland sind:

a) im Golde

1) der rheinische Guldenfuß, 72 Stück die rauhe Mark von 18 Karath, 6 Grän Gold und 3 Karath Silber; nach diesem Fuße

sind die baierischen Karolinen und Marx'd'ors geprägt.

2) Der Dukatenfuß, 67 Stück auf die feine Mark von 23 Karath, 8 Grän Gold und 2 Grän Silber;

b) im Silber

1) der Graumannische oder Einundzwanzig-Guldenfuß, 1750 von Preußen angenommen, und 1764 erneuert. Die feine Mark Silber auf 14 Reichsthaler, oder 21 Gulden.

2) Der Konventions- oder Zwanziggulden fuß, die feine Mark zu $13^1/_3$ Thaler oder 20 Gulden im Jahre 1753 von Oesterreich, Baiern und Sachsen angenommen. Nach diesem Fuße kursiren die Silbermünzen nur in österreichischen und sächsischen Landen; denn für Baiern und das ehemals sogenannte Reich gilt

3) der Vierundzwanzig-Guldenfuß (1766). Die feine Mark zu 16 Reichsthaler, 24 Gulden oder 10 Konventionsthaler.

i) Das Gold wird 15mal höher geschäzt, als das Silber, und das Silber $88^1/_2$ mal höher, als das Kupfer.

k) Der Dukaten hält, da 67 Stück auf eine Kölner Mark gehen, beinahe 978 kölnische Richtpfenning.

Um das Gewicht und den Werth der Goldmünzen zu bestimmen, nimmt man den Dukaten als Einheit an, theilt sein Gewicht in 60 gleiche Theile, und nennt diese Gran oder Aß, so daß ein Dukaten in 60 Dukaten-Gran oder

in 60 Dukaten-Aß abgetheilt wird; weßhalb hier das Wort Gran in einer andern Bedeutung genommen wird, als es in der Tabelle III. des §. 52. vorkömmt.

Halten die Dukatenstücke nach ihrem Gewichte auf den ächten Goldwagen genau 60 Dukaten-Gran, so nennt man sie vollgewichtig; und überhaupt heissen Goldmünzen vollgewichtig, wenn ihr Gewicht die bestimmte Summe von Dukaten-Granen beträgt.

Nachstehende Tabelle, Ziffer 3. giebt in Absicht auf die in Baiern gewöhnlichsten Goldmünzen das bestimmte Gewicht nach Dukaten-Granen an.

II.

Verzeichniß und Werth der vorzüglichsten Münzen des In- und Auslandes nach dem 24 Guldenfuß.

A.

Baierische reelle oder gangbare Münzen nebst einigen ausländischen, in Baiern gewöhnlichen Goldmünzen.

1) Silbermünzen.	fl.	kr.
Ein Kronenthaler gilt . . .	2	42
„ halber Kronenthaler . .	1	21
„ Viertelskronenthaler . .	—	40½
„ baierischer oder Konventionsthater	2	24
„ halber Baierthaler . . .	1	12
„ baierischer halber Gulden .	—	30
„ baierischer Fünfzehner . .	—	15
„ Vierundzwanziger . . .	—	24

	fl.	kr.
Ein Zwölfer	—	12
„ Sechser	—	6
„ Groschen	—	3
„ Kreutzer	—	1

2) Kupfermünzen.

Ein Kreutzerstück gilt . . .	—	1
„ halber Kreutzer . . .	—	½
„ Pfenning	—	¼
„ Häller	—	⅛

3) Verzeichniß
der in Baiern gewöhnlichsten Goldmünzen mit Angabe ihres Gewichtes und Werthes.

	Gewicht		Werth	
	Dukaten	Gran	Gulden	Kreutzer
Ein baier. Dukaten . . .	—	60	5	20
Eine baier. Karolin . . .	2	47	11	—
* Eine halbe detto	1	24	5	30
Ein baier. Mard'or	1	51	7	20
Ein halber detto . . .	—	56	3	40
* Ein Souveraind'or	3	10	16	—
Ein halber detto	1	35	8	—
* Ein französischer Ovalschild = und Sonnen = Louisd'or vom Jahre 1726	2	20	11	—
Ein älterer detto, dann Doppin *	1	55	9	—
* Ein Louisd'or von 1785 und 1786	2	11	11	—
* Eine vierfache spanische Doppin .	7	44	36	—
* Eine zweifache detto . .	3	52	18	—
* Eine einfache detto . .	1	56	9	—
Ein Goldgulden	—	60	3	40

Anmerkung: 1) Kaiserliche, Kremnitzer, Holländer, Salzburger und alle vollgewichtigen Reichsdukaten sind den baierischen am Werthe gleich. Die päbstlichen Dukaten gelten aber nur 5 fl. 8. kr., und die Florentiner 5 fl. 14 kr.

2) Bei den Dukaten, welche nicht ihr bestimmtes Gewicht haben, werden für jeden abgängigen Gran 5 kr. abgezogen.

Bei den mit einem Sternchen (*) bemerkten Goldmünzen werden für jeden fehlenden Gran 4½ kr., und bei den zu geringen Karolinen und übrigen Goldmünzen 4 kr. abgezogen.

3) Die baierischen Dukaten und andere werden gerne, wenn sie vollgewichtig sind, für 5 fl. 30. angenommen.

B.

Verschiedene theils Rechnungs-, theils reelle Münzen.

	Werth im 24 Guldenfuß			
a) Baiern, und im ehemaligen Reiche nach dem 24 Guldenfuß	fl.	kr.	pf.	hl.
Gulden	1	—	—	—
Reichsthaler	1	30	—	—
b) England, Pfund Sterling,	11	17	—	—
Guinee	11	50	3	4/5
c) Frankreich und Holland,				
neue Münze Frank . .	—	27	3	—
ein neues Frankenstück .	—	27	3	3/4
zwanzig Frankenstück oder Napoleonsd'or . . .	9	16	3	1
vierzig Frankenstück . .	18	33	3	—
neue fünf Frankenstück oder Napoleonsthaler . .	2	19	—	1 3/4
ein Livre — zu 20 Sous tournois	—	27	2	—

	Werth im 24 Guldenfuß			
	fl.	kr.	pf.	hl.
oder 240 Deniers . .	—	27	—	—
ein Decimen (drei machen 8½ Kreutzer) oder 100 Centimen	—	2	3	—
vier Centimen (einen zu ¼ kr.)	—	1	—	—
zehn dergleichen . . .	—	2	2	—
Holländische Dukaten in Gold	5	20	—	—
Silberne 3 Guldenstück (1 fl. zu 20 Stüber) . .	2	57	1	—
Silberne Dukaten . .	3	8	—	—
Schillinge	—	17	3	—
ein Thaler zu 50 Stüber, oder 2 fl. 30 kr. der Stüber zu	—	2	3	1⅔
d) Italien, neue Lira .	—	27	3	¾
e) Oesterreich, nach dem Konventionsfuß Kaisergulden .	1	12	—	—
Oesterreichische Souveraind'ors	16	—	—	—
f) Portugall, Millerees = 1000 Rees	2	46	3	½
g) Preußen, Thaler nach dem 21 Guldenfuß . . .	1	42	3	1
Gulden ⅓ Thaler . .	—	34	1	⅓
Friedrichsd'or } in Gold .	9	40	—	—
Dukaten } in Gold .	5	30	—	—
h) Rußland und Polen				
Ein Dukaten = 5 Rubel } in Gold	5	24	—	—
Imperial } in Gold	19	10	—	—
Ein Rubel zu 100 Kopecken (auch ½ und ¼) von 1762	1	50	3	—
Dann von 1718 2 fl. 7½ kr., und von 1797 2 fl. 36 kr.				

	Werth im 24 Guldenfuß			
	fl.	kr.	pf.	hl.
Grieve oder Kopecken (die Kopecke zu 1 1/10 kr.) . .	—	11	—	—
Polnische Dukaten zu 9 klein- und 8 groß-poln. Gulden in Gold, dann Speziesthaler zu 4 klein- und 8. groß-poln. Gulden, Reichsgulden zu 2 klein- und 4 groß-poln. Gulden, — ein klein polnischer Gulden zu . .	—	34	2	—
Ein groß polnischer Gulden	—	17	1	—
Groß polnische Groschen 30 = 1 Gulden, 1 Stück zu .	—	—	2	4/5
i) Sachsen, Reichsthaler nach dem Konv. Fuß zu 24 Groschen	1	48	—	—
k) Schweden, Reichsthaler (Spezies) . . .	2	38	1	22/25
Dukaten seit 1777 . .	5	9	2	4/5
l) Dänemark, Reichsthaler (Spezies) . . .	2	33	—	—
m) Sizilien, Onzie .	5	50	3	1 11/20
Scudo	2	20	—	1 7/25
n) Spanien, Real oder Real de Vellon = 34. Maravedis	—	7	1	1 16/76
Piastre (peso duro) = 20 Real	2	28	—	—
Pistole (Dublon) = 80 Real	9	52	—	—
o) Türkei, Piastre = 40 Paras = 100 gute Asper = 120 Kurant-Asper .	—	54	3	1
Zechine	1	49	3	—
Zindsjerli . . .	2	44	2	1

	Werth im 24 Guldenfuß			
	fl.	kr.	pf.	hl.
Fonduc	4	20	3	1²/5
Beutel (Keser) = 500 Piaster	457	17	2	—
Beutelgold (Kitze) = 30000 Piaster = 27437 fl. 30 kr.				
p) Ungarn, ungarische Gulden	—	52	2	—
Szostak	—	6	—	—
Polturak	—	1	2	—
q) Würtemberg, Reichsgulden	1	—	—	—

III.

1) Eintheilung des Guldens.

	Fünfzehner	Zwölfer	Sechser	Batzen	Groschen	Kreutzer	Pfenning	Häller
1 Gulden hat	4	5	10	15	20	60	240	480
1 Fünfzehner =	—	1¼	2½	3¾	5	15	60	120
1 Zwölfer =	—	—	2	3	4	12	48	96
1 Sechser =	—	—	—	1½	2	6	24	48
1 Batzen =	—	—	—	—	1⅓	4	16	32
1 Groschen =	—	—	—	—	—	3	12	24
1 Kreutzer =	—	—	—	—	—	—	4	8
1 Pfenning =	—	—	—	—	—	—	—	2

Anmerkung: 1) Der halbe Batzen beträgt 2 kr., eine Landmünze hat 2 kr. und 2 Pfen-

ning, mithin $2\frac{1}{2}$ kr., ein **Fünfer** ist eine Summe von 5 kr., ein **Zehner** hat 10 kr., und ein **Zwanziger** hat 20 kr., während ein **Achtzehner** 18 kr. hat, und ein **Neunbäzner** 36 kr. beträgt.

2) Einen Gulden kann man auf verschiedene Weise bezahlen, als mit 2 halben Gulden, oder 4 Fünfzehnern, oder fünf Zwölfern, oder 8 Schillingen, ein Schilling zu $7\frac{1}{2}$ kr. gerechnet, oder 12 Fünfern, oder 3 Zwänzigern, oder 30 halben Batzen, oder 24 Landmünzen, oder 120 Zweieringen (Zweiern), worunter man die halben Kreuzer versteht, oder auch mit 80 mal 3 Pfenning, oder mit 40 mal 1 kr. und 40 mal 2 Pfenning rc.

2) Angabe des Werthes des Kronenthalers, Baierthalers, und Reichsthalers, wie auch der feinen Mark in Kreuzern, Groschen rc.

a) Der Kronenthaler, welcher 2 fl. 42 kr. gilt (§. 54. II. A. 1.), beträgt 27 Sechser, oder 54 Groschen, oder 162 Kreuzer.

Die österreichischen Kronenthaler sind den baierischen am Werthe gleich.

b) Der baierische oder Konventionsthaler, welcher 2 fl. 24. kr. gilt, beträgt 6 Vierundzwanziger, oder 12 Zwölfer, oder 24 Sechser, oder 36 Batzen, oder 48 Groschen, oder 72 halbe Batzen, oder 144 kr.

c) Ein Reichsthaler, welcher 1 fl. 30 kr. gilt (§. 54. II. B.), beträgt 15 Sechser, oder 30 Groschen, oder 90 Kreuzer.

Ein halber Reichsthaler gilt 45 kr.

d) **Eine Mark fein Silber**, welche nach dem 24 Guldenfuß 16 Reichsthaler oder 24 Gulden gilt (§. 54 II. 3.), beträgt 10 Kon-

ventionsthaler, oder 60 Vierundzwanziger, oder 120 Zwölfer, oder 240 Sechser, oder 480 Groschen, oder 1440 Kreuzer.

Wenn man daher auf einer gangbaren Münze z. B. lies't „10 Stück auf eine feine Mark, oder 60 auf eine feine Mark, oder 120 auf eine feine Mark ꝛc., so ist dieses Geldstück ein Konventionsthaler, oder ein Vierundzwanziger, oder ein Zwölfer ꝛc."

Anmerkung: Die gangbaren Münzen oder die wirklich geprägten Geldstücke werden den Schülern beim Unterrichte vorgezeigt, damit sie das Geld kennen lernen; und die fingirten oder Rechnungs-Münzen erklärt man ihnen.

3) Von den Würfen oder Schüssen bei Zahlungen.

Ein Wurf Kreutzer hält 5 Stück; 12 solche Würfe machen 1 fl.

Ein Wurf Groschen hält 5 Stück, mithin 15 kr., 4 Würfe geben 1 fl.

Ein Wurf Sechser hält 5 Stück, mithin 30 kr., 2 Würfe machen 1 fl.

Ein Wurf Zwölfer hält 5 Stück, mithin 1 fl.

Ein Wurf Vierundzwanziger hält 5 Stück, und macht 2 fl.

Ein Wurf Baierthaler hält 5 Stück, und macht 12 fl.

Vier Kronenthaler betragen 10 fl. 48 kr., oder 11 fl. weniger 12 kr.

5 Kronenthaler betragen		13 fl.	30 kr.
10	— —	27 fl.	
20	— —	54 fl.	
40	— —	108 fl.	

IV.
Verhältniß des baierischen und österreichischen Geldes.

Da man in baierischen sowohl als österreichischen Ländern nach Gulden, Groschen, Kreutzern, und zwar nach der nämlichen Unterabtheilung rechnet, nur mit dem Unterschiede, daß in Baiern der 24 Gulden-, in Oesterreich aber der 20 Guldenfuß gilt, so ist

baierisch Geld zu österreichisch Geld, wie 20 zu 24, oder wie 5 zu 6 (baier. Geld : österreichisches Geld = 20 : 24 = 5 : 6), mithin geben z. B. 6 baier. Gulden (sind gleich) 5 österreichische Gulden.

V.
Verwandlung der sächsischen Geldrechnung in die baierische, und umgekehrt.

Sächsisch Geld	Beträgt nach baier. Gelde				Baierisch Geld	Beträgt nach sächsischem Gelde		
	fl.	kr.	pf.	hl.		Thl.	Gr.	pf.
1 Pfenning	—	—	1	1	1 kr.	—	—	2⅔
2 Pfenning	—	—	3	—	2 kr.	—	—	5⅓
3 Pfenning	—	1	—	1	3 kr.	—	—	8
4 Pfenning	—	1	2	—	12 kr.	—	2	8
1 Groschen	—	4	2	—	24 kr.	—	5	4
2 Groschen	—	9	—	—	30 kr. = ½ fl.	—	6	8
12 Groschen					60 kr. = 1 fl.	—	13	4
= ½ Thaler	—	54	—	—	90 kr. = 1			
24 Groschen					Reichsthlr.	—	20	—
= 1 Thaler	1	48	—	—	1 Spez. Thl.	1	8	—

VI.

Verwandlung der preussischen Geldrechnung in die baierische, und umgekehrt.

Preuß. Geld	Beträgt im baierischem Gelde				Baier. Geld	Beträgt im preussischen Gelde		
	fl.	kr.	pf.	hl.		Tl.	Gr.	pf.
1 Pfenning	—	—	1	1	1 Pfenning	—	—	2/3
2 Pfenning	—	—	3	—	1 kr.	—	—	2 110/137
12 Pfen. = 1 Groschen	—	4	1	1/4	12 kr.	—	2	10 1/2
12 Gr. = 1/2 Thaler	—	51	1	1 1/2	24 kr.	—	5	9
24 Gr. = 1 Thaler	1	42	3	1	60 kr. = 1 fl.	—	13	1

Anmerkung: 1) Die über das baierische Maaß, Gewicht ꝛc. angeführten Tabellen hob ich aus dem Lehrbuche der Arithmetik (I. Theil, 2te vermehrte Auflage, Kempten 1818.) des k. b. Herrn Lyzeal-Professors der höhern Mathematik, 1ten Rektorats-Assessors ꝛc. Dr. Bundschue mit kleinen Modifikationen so aus, daß das, was dort von §. 79. bis einschließlich §. 88. enthalten ist, hier die §§. 46., 47., 48., 49., 50., 51., 52., 53. und 54. bildet.

2) Vorstehende Maaß, Gewichts- und Münz-Notizen ꝛc. muß man schon genau wissen, wenn man das Rechnen mit ungleich benannten Dingen lernen will, weil man da immer Maaße, Gewichte und Münzen auf einander reduziren muß.

3) Das Guldenzeichen ist: fl., das Kreutzerzeichen ist: kr., das Pfenningzeichen ist: pf., das Hällerzeichen ist: hl., das Zentnerzeichen ist: Ct., das Pfundzeichen ist: tb. ꝛc.

C.

Reduktionen.

§. 55.

Einfache und zusammengesezte Reduktionen.

1) Einfach nennt man die Reduktionen, wenn höhere Einheiten auf nächstniedere, oder niedere auf nächsthöhere Einheiten zu reduziren sind:

Jene Reduktionsfälle, wo zwischen den niedern und den entfernt höheren Einheiten die Reduktionszahl bekannt ist, gehören auch zur einfachen Reduktion; denn auch in diesem Falle hat man nur eine einzige Multiplikation vorzunehmen, indem dazu eine Reduktionszahl hinreichend ist; man soll z. B. Gulden zu Häller machen, und man weiß, daß 1 Gulden 480 Häller hat. Die Häller sind zu den Gulden entfernt niedere Einheiten, weil man den Gulden zuerst in Kreutzer, und diese in Häller abtheilet; dessen ungeachtet hat man hier ein Beispiel der einfachen Reduktion, indem die Gulden unmittelbar auf die Häller reduzirt werden.

Soll man Pfenninge zu Häller reduziren, so hat man Einheiten, die unmittelbar auf einander folgen, wo man auch nur einmal multipliziren muß, und somit ebenfalls die einfache Reduktion vorzunehmen ist.

2) Zusammengesezte Reduktionen nennt man die übrigen Reduktionen, zu welchen man mehrere Reduktionszahlen nöthig hat; z. B. man soll Zentner zu Quinteln machen, und man

wüßte nicht, wie viele Quinteln 1 Zentner hat. In diesem Falle muß die Eintheilung des Zentners in Pfunde, die Eintheilung dieser in Lothe &c. bekannt sein, um die Zentner auf Pfunde, und Pfunde auf Lothe, und diese auf Quinteln reduziren zu können.

§. 56.

Regeln der einfachen Reduktion mit beigesezten Beispielen.

a) Hat man höhere Einheiten auf niedere zu reduziren, so multiplizire man die gegebenen höheren Einheiten mit der Reduktionszahl, das Produkt giebt die verlangten niederen Einheiten, welchen die gegebenen höheren Einheiten gleich sind.

b) Hat man aber niedere Einheiten auf höhere zu reduziren, so dividire man jene durch die Reduktionszahl.

I. Beispiel zu a.

Wie viel Bogen Schreibpapier geben 20 Buch?

Aus der Tabelle I. des §. 51. weiß man, daß ein Buch Schreibpapier 24 Bogen hat; nun ist aber $24 \times 20 = 480$; daher geben 20 Buch Schreibpapier 480 Bogen, oder 20 Buch $= 480$ Bogen.

II. Beispiel zu a.

Wie viele Loth geben 10 Zentner?

Aus der Tabelle I. des §. 52. weiß man, daß 1 Zentner 3200 Loth hat; nun ist aber 10

× 3200 = 32000; also 10 Zentner geben 32000 Loth, oder 10 Zentner = 32000 Loth.

I. Beispiel zu b.

Wie viel Buch Schreibpapier geben 480 Bogen?

Im I. Beispiele zu a. dieses §. findet man, daß 1 Buch Schreibpapier 24 Bogen hat, mithin auch umgekehrt, daß 24 Bogen ein Buch geben; nun ist aber 480 : 24 = 20; daher geben 480 Bogen 20 Buch Schreibpapier, oder 480 Bogen = 20 Buch Schreibpapier.

II. Beispiel zu b.

Wie viel Zentner geben 32000 Loth?

Im II. Beispiele zu a. dieses §. findet man, daß 1 Zentner 3200 Loth hat, folglich auch umgekehrt, daß 3200 Loth 1 Zentner geben; nun ist aber 32000 : 3200 = 10; also geben 32000 Loth 10 Zentner, oder 32000 Loth = 10 Zentner.

§. 57.

Regeln der zusammengesezten Reduktion mit beigesezten Beispielen.

a) Wenn höhere Einheiten auf entfernt niedere Einheiten zu reduziren sind, und man weiß zu denselben die Reduktionszahl nicht, so reduzire man nach §. 56. a. die höheren Einheiten auf die nächstniederen, diese wieder auf die nächstniederen ꝛc., bis man durch diese Verfahrungsart die verlangten entfernt niederen Einheiten hat.

b) Wenn hingegen niedere Einheiten auf entfernt höhere Einheiten zu reduziren sind, und man weiß die Reduktionszahl nicht, so bringe man nach §. 56. b. die niederen Einheiten auf die nächsthöheren, diese wieder auf die nächhöheren ꝛc., bis man auf diese Weise die entfernt höheren Einheiten erhält.

Beispiel zu a.

Wie viel Linien im Duodezimalmaaße beträgt die Länge von 240 baierischen Klaftern?

1) Man findet in der Tabelle I. des §. 46. und bei e. Ziffer 2. dieses §., daß 1 baierische Klafter als Längenmaaß 6 Fuß, der Fuß im Duodezimalmaaße 12 Zoll, und der Zoll 12 Linien hat;

2) Nach §. 56. a. mache man die 240 Klafter zu Fuß, sie geben 1440 Fuß;

3) Die 1440 Fuß mache man zu Zoll, sie geben 17280 Zoll;

4) Und die Zoll mache man zu Linien, sie geben 207360 Linien.

Es geben also 240 baier. Klafter im Duodezimalmaaße 207360 Linien, oder 240 baierische Klafter = 207360 Linien.

Beispiel zu b.

Wie viel baierische Klafter geben im Duodezimalmaaße 207360 Linien?

1) Aus dem oben angeführten §. 46. weiß man, daß 12 Linien 1 Zoll, 12 Zoll, 1 Fuß, und 6 Fuß 1 baierische Klafter geben;

2) Nach §. 56. b. mache man die 207360 Linien zu Zoll, sie geben 17280 Zoll;

3) Die 17280 Zoll mache man zu Fuß, sie geben 1440 Fuß;

4) Und die Fuß mache man zu baier. Klaftern, sie geben 240 baier. Klaftern.

Es geben also 207360 Linien im Duodezimalmaaße 240 baierische Klaftern, oder 207360 Linien = 240 baierischen Klaftern.

Anmerkung: Wenn der Fall statt findet, daß man eine Summe von Zahlen verschiedener Benennung hat, die alle auf niedere Einheiten der nämlichen Benennung zu reduziren sind; so müssen jederzeit, so bald man mittels der vorgenommenen Reduktion Einheiten der nämlichen Benennung erhält, dieselben in eine Summe gebracht werden. Es sollen z. B. 24 Pfund, 18 Loth und 2 Quinteln baier. Handelsgewichtes so reduzirt werden, daß man die Pfunde auf Loth, und diese auf Quinteln reduzirt. In diesem Falle reduzirt man allererst die Pfunde auf Loth, und addirt 18 Loth dazu; dann reduzirt man die Summe von Lothen auf Quinteln, und addirt die gegebenen 2 Quinteln dazu; man erhält auf diese Weise 24 Pfund, 18 Loth, 2 Quinteln = 3146 Quinteln, d. h., 24 Pfund, 18 Loth, 2 Quinteln geben zusammen 3146 Quinteln. Auf diese Art verfährt man immer in jenen Fällen, wo Einheiten von verschiedener Benennung vorkommen, und dieselben auf niedere Einheiten einer und der nämlichen Benennung zu reduziren sind.

§. 58.

Die Probe bei den Reduktions-Beispielen.

Regel: Wenn man höhere Einheiten auf niedere gebracht hat, so reduzire man diese wieder auf die höhern anfangs gegebenen Einhei-

ten. — Wenn man hingegen niedere Einheiten auf höhere reduzirt hat, so bringe man die höhern wieder auf die anfangs gegebenen niederen Einheiten. — Immerhin wird die vorgenommene zweite Reduktion als Probe der ersten dienen.

Im §. 56. dienen sich die Beispiele I. und II. zu a., und I. und II. zu b. wechselseitig zur Probe, so wie auch im §. 57. das zu b. angeführte Beispiel die Probe des zu a. ausgearbeiteten Beispieles ist.

§. 59.

Beispiele zur Uebung.

I.

Wenn ein Hauptmann erster Klasse jährlich 72000 kr., und ein Hauptmann zweiter Klasse 54000 kr. Gage rc. hat; wie viel Gulden beträgt dieses bei einem jeden jährlich?

II.

Die jährliche Gage eines Oberlieutenants macht 600 — und die eines Unterlieutenants 500 fl. aus; wie viel Häller sind zu jedem der genannten Beträge erforderlich?

Anmerkung: Wenn ein Ober- oder Unterlieutenant Regiments- oder Bataillons Adjutant ist, so müssen zu seiner Gage jährlich 100 fl. Adjutantenzulage, 50 fl. Pferdsgratifikation und 30 fl. Stallgeld mehr angesezt werden.

III.

Die Erde, welche in die Klasse der Planeten gehört, bewegt sich in 365 Tagen 5

Stunden 48 Minuten und 45 Sekunden um die Sonne; in wie vielen Sekunden geschieht demnach die Bewegung der Erde?

IV.

Wie viel Zentner geben 512000 Quinteln baierischen Handelsgewichtes?

II. Abschnitt.

Die vier Rechnungsarten ganzer benannter Zahlen von verschiedener Benennung.

A.

Bemerkungen, die in diesem Abschnitte vorkommenden Regeln ꝛc. betreffend.

§. 60.

1) Die Begriffe, die im I. Hauptstücke über die Addition, Subtraktion ꝛc. aufgestellt wurden, wie auch die eingeführten Benennungen „Summe, Summand, Minuend, Subtrahend, Differenz oder Rest ꝛc.“ werden immerhin, sowohl jezt bei den 4 Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen, als auch in der Folge, wenn die Rede von den 4 Rechnungsarten gebrochener Zahlen sein wird, in dem näm-

lichen Sinne beibehalten. Z. B. unteraddiren versteht man jederzeit eine solche Größe finden, die den übrigen zusammengenommen gleich ist (§. 23.), es mögen nun die Größen benannte oder unbenannte, ganze oder gebrochene Zahlen sein.

2) Um unnöthige Wiederholungen zu beseitigen, werden bei diesen Rechnungsarten keine Erklärungen vorangeschikt, sondern es bleibt dem Lehrer überlaßen, dasjenige selbst in Anwendung zu bringen, was in dieser Hinsicht bei den vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbenannten Zahlen gesagt worden ist.

Um deßwillen hat man sich bei denselben so lange aufgehalten, und Alles so deutlich dargestellt, weil sie die Grundlage für die ganze Arithmetik sind, und alle arithmetischen Veränderungen auf diese 4 Rechnungsarten zurückgeführt werden.

3) In einiger Hinsicht sind die unbenannten Zahlen auch benannte — konkrete Zahlen, weil bei denselben auch Einheiten verschiedener Benennung, als „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc.“ vorkommen; aus der Ursache heißt man sie nur unbenannte — abstrakte Zahlen, indem bei den bloßen Zahlen, z. B. 843, 8274 ꝛc. diejenigen Dinge nicht benannt sind, von denen eine bestimmte Summe ausgedrückt wird (§. 45. Ziffer 1.).

Hieraus geht nun der Schluß hervor, daß die nämlichen Regeln bei benannten Zahlen gelten, die bei der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division der unbenannten Zahlen aufgestellt worden sind.

Wie man bei unbenannten Zahlen nur Einer zu Einern, Zehner zu Zehnern ꝛc. addiren, oder nur Einheiten der nämlichen Ordnung von einander abziehen kann (§. 24. und 27.), eben so können auch bei benannten Zahlen nur Einheiten des nämlichen Ranges, z. B. nur Häller zu Hällern, Kreuzer zu Kreuzern ꝛc. addirt, oder von einander subtrahirt werden.

Wie man bei unbenannten Zahlen alle Theile des Multiplikands (§. 34. Ziffer 4.) mit dem Multiplikator multiplizirt, oder alle Theile des Dividends mit dem Divisor dividirt (§. 40. Ziffer 5.), eben so geschieht dieses auch bei der Multiplikation und Division mit benannten Zahlen.

Das Addiren, Subtrahiren und Multipliziren fängt man bei beiden, den unbenannten und benannten Zahlen bei den niedrigsten, dagegen aber das Dividiren bei den höchsten Einheiten an; gleichwie auch die Probe bei beiden auf eine und die nämliche Weise gemacht wird.

4) Die Regeln für die benannten Zahlen, die eigentlich in denen der unbenannten schon enthalten sind, werden auch wieder in den folgenden §§. sammt der jedesmaligen Probe ausführlich angegeben werden, weil dieses für die Schüler, die die Regeln ihrem Gedächtniße genau einprägen müßen, nothwendig ist. Zugleich wird auch bei jeder Rechnungsart ein Beispiel der unbenannten Zahlen nach den nämlichen Regeln ausgearbeitet, um auf diese Weise die genaue Verbindung der beiderseitigen Rechnungsarten mit benannten und unbenannten Zahlen noch deutlicher und anschaulicher darzustellen.

Dasjenige, was rücksichtlich der unbenannten Zahlen schon gesagt worden ist, wird dabei noch deutlicher erscheinen, weil die jetzigen Aufgaben mit den im vorigen Hauptstücke vorgekommenen, was die Sache selbst anbelangt, ganz die nämlichen sind, und sich von denselben nur durch ihre Benennungen unterscheiden. — Wie z. B. die unbenannte Zahl 843 eine Summe von Einern, Zehnern und Hunderten ist, eben so ist auch z. B. die benannte Zahl 8 fl. 43. kr. 2 hl. eine Summe von Einheiten verschiedener Ordnung — von Gulden, Kreuzern und Hällern.

B.

Die Addition.

§. 61.

Regeln der Addition mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung mit beigesezten Beispielen.

a) Die Einheiten der nämlichen Benennung schreibe man so unter einander, daß bei denselben die Einer unter Einer, die Zehner unter Zehner ꝛc. zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich;

b) Bei der niedrigsten Ordnung von der rechten zur linken Seite fange man an, und zähle zuerst die niedrigsten Einheiten, dann die nächsthöheren ꝛc. zusammen, und setze diese Verfahrungsart so lange fort, bis man nach ihrer Ordnung alle Einheiten addirt hat.

c) Wo man eine Summe, gleichviel bei

welcher Ordnung, von niedern Einheiten bekömmt, die so groß, oder noch größer ist, als die zu denselben gehörige Reduktionszahl, da reduzire man nach §. 56. b. die niederen Einheiten auf die nächsthöheren; wenn noch einige Einheiten als Rest übergeblieben, so schreibe man sie unter dem Striche an die geeignete Stelle, und die durch die Reduktion erhaltenen höheren Einheiten zähle man zu den nächstfolgenden höheren Einheiten von der nämlichen Ordnung und Benennung.

I. Beispiel:

Wenn jemand von einer gewissen Waare nach dem baierischen Handelsgewichte 3 Zentner 18 Pfund 4 Loth und 1 Quintel, dann wieder 30 Zentner 36 Pfund 26 Loth und 1 Quintel, endlich 101 Zentner 20 Pfund und 15 Loth kauft, — wie viel beträgt nun die gesammte angekaufte Waare?

a) Weil diese drei Summanden gleichartige Größen (§. 45. Ziffer 2.) sind, so können sie deßhalb wirklich addirt, d. h., in eine Summe gebracht werden; daher schreibe man die Einheiten der nämlichen Benennung, Zentner und Zentner, Pfund und Pfund ꝛc., der Art unter einander, daß immer bei den Einheiten der nämlichen Ordnung die Ziffern nach ihrem Lokalwerthe unter einander zu stehen kommen (§. 24):

		1		
Summanden	3 Zentn.	18 Pf.	4 Loth	1 Quintel
	30	36	26	1
	101	20	15	—
Summe	134 Zentn.	75 Pf.	13 Loth	2 Quintel

b) Bei der niedrigsten Benennung fange man an, und addire

1) die Quinteln, wodurch man 2 Quinteln zur Summe erhält, welche kein ganzes Loth geben, daher man an die Stelle der Quinteln 2 schreibt;

2) Ferners addire man die Lothe nach §. 24., die Summe ist 45; weil diese Zahl glößer als die Reduktionszahl 32 ist, indem 32 Loth 1 Pfund geben (§. 52. — Tabelle I.), so reduzire man nun die 45 Loth auf Pfund, man erhält nach §. 56 b. zum Quotienten 1 Pfund, dieses schreibe man oben zu den nächstfolgenden Einheiten hin, die ebenfalls Pfunde ausdrücken, und setze nun den Rest 13 an die Stelle der Lothe;

3) Auf gleiche Weise addire man die an der Stelle der Pfunde stehenden Zahlen, man erhält 75 Pfund, diese geben keinen ganzen Zentner, daher schreibe man 75 unter dem Striche an die Stelle der Pfunde;

4) Endlich werden die an der Stelle der Zentner stehenden Zahlen addirt, man erhält 134 Zentner, diese schreibe man, weil die Zentner von den in diesem Beispiele vorkommenden Einheiten die höchste Benennung haben, und zufolge der Tabelle I. des §. 52. die Zentner auf keine Einheiten höherer Ordnung reduzirt werden können, unverändert unter den Strich.

Auf diese Weise erhält man die unter dem Striche stehende Summe: 134 Zentner, 75 Pfund, 13 Loth und 2 Quinteln.

II. Beispiel:

Nach den Regeln des §. 61. erhält man auf die nämliche Weise mittels der Tabelle des §. 53. die Summe der nachstehenden vier Summanden, wobei ebenfalls die durch das Reduziten herausgekommenen Zahlen oben hin gesezt werden:

	2	2	2	2	
Summanden	32 Jahr	1 Mon.	18 Tag	24 St.	36 Min.
	28	11	33	14	54
	12	15	12	21	36
	106	2	16	6	48
Summe	180 Jahr	7 Mon.	21 Tag	19 St.	54 Min.

III. Beispiel:

Man addire die drei Zahlen 9748, 7864, 3489, und behandle sie wie benannte Zahlen nach den im §. 61. gegebenen Regeln (§. 60. Ziffer 3.), und die durch das Reduziren herausgekommenen höheren Einheiten setze man oben an die Stelle der mit ihnen gleichnamigen Einheiten:

	2	2	2	
Summanden	9 Tausend	7 Hundert	4 Zehner	8 Einer
	7	8	6	4
	3	4	8	9
	21 Tausend	1 Hundert	0 Zehner	1 Einer

Wenn unbenannte Zahlen wie benannte Zahlen behandelt werden, so wird der Lokalwerth, der jedem Ziffer zukömmt, durch die beigesezten Benennungen „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc." ausgedrückt; es ist demnach die Summe 21 Tau-

send 1 Hundert kein Zehner 1 Einer eben so viel, als 21101.

Man würde diese nämliche Summe erhalten, wenn man nach den Regeln der Addition des §. 24. verfahren würde.

C.

Die Subtraktion.

§. 62.

Regeln der Subtraktion mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung mit beigesezten Beispielen.

a) Die gleichartigen und zugleich gleichnamigen Theile schreibe man wie bei der Addition (§. 61.) auch bei der Subtraktion im Subtrahend und Minuend unter einander; der Minuend wird bei benannten, wie bei den unbenannten Zahlen oben hin gesezt;

b) Die Subtraktion fange man rechts bei den Einheiten der niedrigsten Ordnung an, und subtrahire nach §. 27. zuerst die niedrigsten Einheiten des Subtrahends, dann die nächsthöheren 2c. von jenen des Minuends, und setze dieses Verfahren nach der Ordnung von der rechten zur linken Seite so lange fort, bis man mit allen vorkommenden Theilen des Subtrahends von den immerhin oben stehenden im Minuend subtrahirt hat;

c) Wenn an irgend einer Stelle der Minuend kleiner als der Subtrahend ist, so muß man eine von den nächstfolgenden Einheiten entlehnen, und sie nach §. 56. a., indem man sie

mit der Reduktionszahl multiplizirt, auf die nächstniederen Einheiten reduziren, zu diesen die bereits vorhandenen gleichnamigen Einheiten addiren, und dann von dieser Summe auf die vorige Art subtrahiren;

d) Im Falle man Einheiten, die im Subtrahend vorkommen, abziehen sollte, und man hätte oben im Minuend keine Einheiten von der nämlichen Benennung, so entlehne man wieder eine der nächsthöheren Einheiten, reduzire sie auf niedere Einheiten, die mit jenen des Subtrahends von gleicher Benennung sind, und subtrahire dann davon die unten stehenden Einheiten des Subtrahends;

e) Wenn man entlehnen muß, so schreibe man auf eine ähnliche Art, wie bei der Addition, die Summe der entlehnten höheren Einheiten, die man auf die nächstfolgenden niederen Einheiten reduziren muß, und die der schon vorhandenen niederen Einheiten oben zum Minuend hin, und setze dort einen Punkt, oder ein anderes Zeichen, wo man 1, d. h., eine Einheit entlehnt hat.

I. Beispiel:

Es soll jemand im baierischen Getraidmaaß an Roggen 18 Schäffel 3 Metzen 1 Viertel abgeben, und davon sind bereits 12 Schäffel 5 Metzen und 1 Viertel abgeliefert, — wie viel beträgt der Rückstand noch?

a) Nach der bekannten Art schreibe man den Minuend oben, und den Subtrahend unten hin:

	˙		9			
Minuend	18	Schäffel	3	Metzen	1	Viertel
Subtrahend	12		5		1	
Rest	5	Schäffel	4	Metzen	-	Viertel

b) 1) Die niedrigste Einheit des Subtrahends zur Rechten subtrahire man von der ihr gleichnamigen im Minuend stehenden Einheit, d. h., man subtrahire 1 Viertel von 1 Viertel, es bleibt nichts übrig, man schreibe daher unten Null, oder mache einen kleinen Strich, oder, weil nichts da ist, setze man gar nichts hin.

2) Weil 3 kleiner als 5 ist, daher kann man 5 Metzen von 3 Metzen nicht abziehen, aus dieser Ursache entlehne man ein Schäffel, dieses hat nach der Tabelle des §. 50. im baier. Maaße 6 Metzen, man schreibe also 9 oben hin, und subtrahire davon 5, der Rest ist 4, den man unten an die Stelle der Metzen sezt.

3) 12 Schäffel von 17 Schäffel (denn 1 Schäffel hat man für die Metzen entlehnt) geben zum Reste 5 Schäffel, diese schreibt man unten an die Stelle der Schäffel hin.

Da keine höheren Einheiten mehr folgen, so ist die Subtraktion beendet.

Der noch abzuliefernde Rest beträgt demnach noch 5 Schäffel und 4 Metzen.

II. Beispiel:

Es kauft jemand um 183 fl. Waaren, und bezahlt daran gleich 96 fl. 30 kr. 4 Häller, — wie viel bleibt nun noch zu bezahlen übrig?

a) Weil hier der Subtrahend aus Gulden, Kreutzer und Häller, der Minuend aber nur aus

Gulden besteht, — und gleichwie nur Dinge von gleicher Art und Benennung zu einander addirt werden können, eben so können nur gleichartige, und gleichnamige Dinge von einander subtrahirt werden, — so entlehne man um deßwillen 1 fl., und mache ihn zu Kreutzern, von diesen entlehne man 1 kr., und mache ihn zu Hällern.

b) Aus der Ursache, weil der Subtrahend fl., kr. und Häller enthält, schreibe man schon im Minuend die Benennungen „Kreutzer und Häller", und mache zu demjenigen Ziffer, von welchem man 1 entlehnt, einen Punkt oder ein anderes Zeichen hin, weil dieses deßhalb um 1, d. h., um eine der vorkommenden Einheiten kleiner ist.

c) Man verfahre nun wieder auf die vorige Weise:

	...	60	8
Minuend	183 fl.	— kr.	— Häller
Subtrahend	96	30	4
Rest	86 fl.	29 kr.	4 Häller

Die Schuld, die noch zu bezahlen übrig bleibt, beträgt also 86. fl. 29 kr. 4 Häller.

III. Beispiel:

Man soll von 1 Zehner der Tausende 5 bloße Einer abziehen.

Bei dieser Aufgabe verfahre man wie im vorigen Beispiele:

	.	10	10	10	10
Min.	1 Zehn. der Taus.	— Taus.	— Hund.	— Zehn.	— E.
Subtr. —		—	—	—	5
Rest		9 Taus.	9 Hund.	9 Zehn.	5 E.

Man erhält demnach als Rest: 9 Tausend 9 Hundert 9 Zehner 5 Einer = 9000 + 900 + 90 + 5 = 9995.

Den nämlichen Rest würde man erhalten, wenn man nach §. 27. Ziffer 5. verfahren würde.

§. 63.

Probe der Addition und Subtraktion ganzer benannter Zahlen.

Bei den benannten Zahlen mache man auf die nämliche Weise, wie bei den unbenannten die Probe.

I.

Wenn man Zahlen von verschiedener Benennung addirt hat, so zähle man nach §. 61. zur Probe, mit Ausnahme eines einzigen, wieder alle Summanden zusammen, und subtrahire diese zweite Summe nach §. 62. von der ersten, es muß der ausgeschlossene Summand als Rest zum Vorschein kommen (§. 30.).

II.

Wenn Zahlen von verschiedener Benennung subtrahirt worden sind, so addire man entweder nach §. 61. den Rest zum Subtrahend, man muß zur Summe den Minuend erhalten, oder man subtrahire nach §. 62. den Rest vom Mi-

nuend, man muß zum neuen Reste den vorigen Subtrahend erhalten (§. 29. A. und B.)

Anmerkung: Es bedarf hier zur Anwendung der für die Probe aufgestellten Regeln keiner neuen Beispiele, weil die zitirten §§. schon hinlänglich durch Beispiele erläutert sind.

D.
Die Multiplikation.

§. 64.

A. Regeln der Multiplikation mit ganzen benannten Zahlen, von verschiedener Benennung, wenn der Multiplikator nur eine einzige unbenannte, oder auch benannte Zahl ist, mit beigesezten Beispielen.

a) Den Multiplikator muß man entweder nur unter die Einheiten der niedrigsten Ordnung des Multiplikands, der hier Einheiten von verschiedener Benennung in sich begreift, oder unter alle Einheiten des Multiplikands schreiben.

b) Man multiplizire nach §. 34. (Ziffer 4.) mit dem Multiplikator zuerst die niedrigsten, und dann die folgenden höheren Einheiten des Multiplikands von der linken zur rechten Seite. Die Produkte setze man der Ordnung nach, die man erhält, wenn man auf diese Weise alle Einheiten des Multiplikands multiplizirt hat, unter dem Striche neben einander hin.

c) Wo man immer ein Produkt bekömmt, welches eine oder mehrere Einheiten nächsthöherer Art enthält, so reduzire man diese nach §. 56. b. auf die nächsthöheren Einheiten, und zähle sie dann denselben bei.

I. Beispiel:

Es werden monatlich aus einer Papiermühle auf Bestellung an eine Schreibmaterialien-Handlung 15 Ballen 12 Riß 18 Buch Schreibpapier abgegeben, — wie viel macht nun dieses in 1 Jahr, d. h., in 12 Monaten aus?

a) Um das abgegebene Quantum für das ganze Jahr zu erhalten, multiplizire man mit der Zahl 12, d. h., man setze den Multiplikand 12 mal, da man in der vorstehenden Aufgabe weiß, wie viel Papier in einem Monate abgegeben wird. — Man setze also die Zahl 12, die bei der wirklichen Multiplikation wie eine unbenannte Zahl betrachtet wird, als Multiplikator:

Multiplikand	15 Ballen	12 Riß	18 Buch
Multiplikator		×	12
Produkt	180 Ballen	144 Riß	216 Buch
	= 195 —	4 —	16 —

b) Jezt fange man auf der rechten Seite an, und

1) multiplizire 18 Buch mit 12 nach §. 34. (Ziffer 4.), man erhält als erstes Produkt 216, d. h., 216 Buch; diese schreibe man rechts unten hin;

2) Auf gleiche Weise multiplizire man 12 Riß mit 12, das zweite Produkt ist 144 Riß; dieses schreibe man unter dem Striche an die zweite Stelle;

3) Endlich multiplizire man 15 mit 12, man erhält als drittes Produkt 180 Ballen, diese schreibe man an der dritten Stelle zur linken Seite, man erhält 180 Ballen.

c) 1) Man reduzire 216 Buch nach §. 56. b. auf Riß, indem 20 Buch 1 Riß geben, man erhält 10 Riß, die man zu den 144 Riß addirt, die Summe ist dann 154 Riß, die bei der Reduktion als Rest übergebliebenen 16 Buch schreibe man wieder rechts an die vorige Stelle;

2) Die 154 Riß, indem 144 + 10 Riß = 154 Riß, reduzire man auf Ballen, es geben nach der Tabelle I. des §. 51. immer 10 Riß 1 Ballen; durch diese Reduktion erhält man 15 Ballen und 4 Riß, wovon man den Rest von „4 Riß" wieder an die vorige Stelle hinschreibt, und die 15 Ballen zu den 180 Ballen addirt, man erhält 195 Ballen als Summe.

Es sind also unter den erwähnten Bedingungen in einem Jahre 195 Ballen 4 Riß und 16 Buch, = 216 Buch 144 Riß und 180 Ballen abgegeben worden.

II. Beispiel:

Ein Weinhändler giebt wochentlich an einen Wirth nach dem baierischen Getränkmaaße ein Faß Wein, das 2 Eimer, 12 Maaß und 2 Quartel faßt, ab, — wie viel beträgt dieses in einem Jahre, d. h., in 52 Wochen?

Weil im vorhergehenden, und diesem Beispiele nur die Reduktionszahlen verschieden sind, so verfahre man ganz auf die vorige Art, da nach §. 49. ein baier. Schenk-Eimer 60 Maaß, und 1 Maaß 4 Quartel hat:

Multiplikand	2 Eimer	12 Maaß	2 Quartel
Multiplikator		×	52
Produkt	104 Eimer	624 Maaß	104 Quartel
	= 114 —	50 —	— —

Der abgegebene Wein beträgt also in 1 Jahre 114 Eimer, 50 Maaß, indem (2 E. 12 M. 2 Q.) × 52 = 114 Eimer + 50 Maaß = 114 Eimer 50 Maaß.

III. Beispiel:

Man multiplizire die unbenannte Zahl 768 mit 5, indem man sie nach §. 60. Ziffer 3. wie eine benannte Zahl betrachtet, und 7 Hundert 6 Zehner und 8 Einer als Multiplikand anschreibt:

Multiplikand	7 Hundert	6 Zehner	8 Einer
Multiplikator			× 5
Produkt	35 Hundert	30 Zehner	40 Einer
	= 3 Tausend 8 —	4 —	— —

= 3000 + 800 + 40 + 0 = 3840

Das nämliche Produkt würde man erhalten, wenn man 768 mit 5 nach §. 34. (Ziffer 1. 2 und 3.) multipliziren würde.

§. 65.

B. Regeln der Multiplikation, wenn 2 oder 3 Faktoren vorkommen, und dieselben Einheiten verschiedenen Ranges in sich begreifen, mit beigesezten Beispielen.

a) Man reduzire nach §. 57. a. die Einheiten aller Faktoren auf die in der Aufgabe benannten Einheiten der niedrigsten Ordnung, und betrachte sie dann wie bloße Zahlen.

b) Man multiplizire nach §. 34. Ziffer 4., oder wenn 3 Faktoren da sind, nach Ziffer 8. dieselben mit einander, indem nun jeder der vor-

kommenden Faktoren durch eine einzige Zahl ausgedrückt ist.

c) Man muß aus der vorliegenden Aufgabe ermessen, was das erhaltene Produkt für Einheiten ausdrücken wird; wenn man dieses weiß, so reduzire man nach §. 57. b. die benannten niederen Einheiten auf die nächsthöheren, diese wieder auf die nächsthöheren, und setze dieses Verfahren so lange fort, als es angeht.

I. Beispiel:

Um den Flächeninhalt eines länglichten Viereckes (Rechteck, Rektangulum) zu erhalten, wird in der Geometrie gelehrt, daß man die Grundlinie mit der Höhe, oder wie man sich auch ausdrückt, die Länge mit der Breite desselben multipliziren müsse, — wie groß ist nun dem zufolge eine Wiese, die ein länglichtes Viereck bildet, deren Länge (Grundlinie) 120 Ruthen 4 Fuß 3 Zoll, und deren Breite (Höhe) 70 Ruthen 2 Fuß und 6 Zoll beträgt?

a) Man reduzire nach §. 46. e. und der Tabelle 2. die beiden Faktoren auf die niedrigste Benennung, und drücke somit, indem man die Regel des §. 57. a. in Anwendung bringt, die Länge und Breite in blossen Dezimalzollen aus, man erhält, daß die Länge 12043, und die Breite 7026 solche Zoll hat.

b) Man betrachte diese beiden Zahlen nun wie unbenannte Zahlen, und multiplizire sie nach §. 34. Ziffer 4., man bekömmt die Zahl 84'614.118 zum Produkte.

c) Im Dezimalmaaße drückt nun dieses

Produkt Quadratzolle (§. 47.) aus, weil der Flächeninhalt des Rechteckes nur wieder durch Flächen von ganz bestimmter Größe, z. B. Quadratruthen, Quadratfuß ꝛc. gemessen, und eben dadurch gefunden wird, daß man die Grundlinie und Höhe mit dem nämlichen Längenmaaße mißt, und die dadurch erhaltenen Zahlen mit einander multiplizirt, wo dann das Produkt, im Falle man mit Ruthen, Fuß, Zoll ꝛc. gemessen hat, auch □ Ruthen, □ Fuß, □ Zoll ꝛc. ausdrückt.

Wenn man daher die Länge und Breite in blossen Ruthen, oder nur im Fußmaaße ausgedrückt hätte, so würde auch das erhaltene Produkt Quadratruthen oder Quadratfuß ausdrücken.

d) Die 84'614.118 □ Zoll (Quadratzoll) reduzire man nach der Tabelle 2. des §. 47. auf Quadratfuß, und diese auf Quadratruthen.

Man erhält zum Resultate, daß der Flächeninhalt der Wiese 8461 Quadratruthen, 41 Quadratfuß und 18 Quadratzoll beträgt.

II. Beispiel:

Nach den Lehrsätzen der Stereometrie erhält man den körperlichen Inhalt jenes geometrischen Körpers, welcher der senkrechte Balken (Parallelepipedum) genannt wird, wenn man die Länge, Breite und Höhe (die Grundfläche mit der Höhe) multiplizirt, nachdem man vorhin dieselben mit dem nämlichen Längenmaaße gemessen hat, — wie groß ist nun der körperliche Inhalt eines Zimmers, welches wie ein solcher Körper gestaltet ist, und im baierischen Dezimalmaaße 36 Fuß

9 Zoll lang, 16 Fuß 6 Zoll breit, und 9 Fuß 4 Zoll hoch ist?

a) Man reduzire nach der Tabelle 2 des §. 46. die 3 Faktoren auf die niedrigste Benennung, und drücke somit nach §. 56. a. die Länge, Breite und Höhe in Dezimalzollen aus, man erhält, daß die Länge 369 Zoll, die Breite 166 Zoll und die Höhe 94 Zoll hat.

b) Man betrachte nun diese 3 Zahlen wie unbenannte Zahlen, und multiplizire sie nach §. 34. Ziffer 8., wodurch man 5'757.876 zum Produkte bekömmt.

c) Nach den Grundsätzen der Geometrie drückt nun dieses Produkt Dezimalzolle (§. 48.) aus; weil man Körper nur wieder mit Körper, als Kubikfuß, Kubikruthen etc. mißt, und der gesuchte kubische Inhalt eben dadurch gefunden wird, daß man bei einem solchen Körper die Länge, Breite und Höhe mit einerlei Längenmaaße mißt, und das Produkt dieser drei Zahlen nimmt.

Wenn man die Länge, Breite und Höhe in einem andern Längenmaaße, z. B. in Ruthen, Fuß etc. ausgedrückt hätte, so würde das erhaltene Produkt Kubikruthen, Kubikfuß etc. ausdrücken.

d) Man reduzire die durch die Multiplikation erhaltenen Kubikzolle nach der Tabelle 2. des §. 48. auf Kubikfuß, man erhält, daß der körperliche Inhalt — der Raum, den das Zimmer einnimmt, 5757 baierischen Kubikfuß, und 876 solche Kubikzoll hält.

E.
Division.

§. 66.

A. Regeln der Division mit ganzen benannten Zahlen, wenn der Divisor eine einzige unbenannte, oder auch benannte Zahl, hingegen aber der Dividend eine Summe von Einheiten verschiedenen Ranges ist, mit einem beigesezten Beispiele.

Um bei der vorliegenden Aufgabe den Quotienten zu finden, verfahre man nach folgenden Regeln:

a) Wenn der Divisor ebenfalls eine benannte Zahl ist, so betrachte man ihn als eine blosse Zahl, schreibe ihn links an den zwischen ihm und dem Dividend gezogenen senkrechten Strich, und seze rechts, wo man ebenfalls bei dem Dividend eine solche Linie zieht, den Quotienten hin;

b) Nun dividire man nach §. 40. Ziffer 5. mit dem Divisor zuerst die höchsten Einheiten des Dividends, der Partialquotient, der dadurch erhalten wird, drückt dann Einheiten der nämlichen Ordnung aus, und schreibe denselben rechts an den zweiten Strich hin;

c) Wenn bei der Division ein Rest bleibt, so reduzire man ihn auf die Einheiten der nächstniedern Art, addire sie dann zu den etwa vorhandenen Einheiten der nämlichen Ordnung;

d) Die nächstniederen Einheiten dividire man nun auf die nämliche Weise mit dem Divisor, und schreibe den zweiten Partialquotienten wieder

rechts hin; auf dieselbe Art verfahre man mit dem bleibenden Reste, und setze dann das Dividiren bei allen folgenden Stellen so lange fort, bis man alle vorkommenden Einheiten des Dividends dividirt hat.

Durch diese Verfahrungsart werden alle Theile des Dividends, mithin der ganze Dividend, welcher eine Summe von Einheiten verschiedener Benennung ist, in so viele gleiche Theile getheilet, als es der Divisor angiebt, wodurch nun wirklich dividirt wird (§. 39.).

Beispiel:

Es sollen unter 4 Personen 293 fl. 38 kr. 4 Häller vertheilt werden, — wie viel trifft nun jeder?

a) Man dividire mit 4 die 293 fl., man erhält zum Quotienten 73 fl. und zum Rest 1 fl.; diesen reduzire man auf Kreutzer, man erhält 60 kr., zu welchen man die vorhandenen 38 kr. addirt, die Summe ist 98 kr.

Divisor	Dividend	1ster Partialquot.
4	293 fl. 38 kr. 4 hl.	73 fl.
Theilung der Gulden	28	
	-13	
	12	

Rest -1fl.=60kr., u. 60kr.+38kr.=98kr.

b) Die 98 kr. als die Summe der nächstniedern Einheiten dividire man wieder mit 4, man erhält 24 kr. zum Quotienten, und zum Reste 2 kr., diese reduzire man auf Häller,

man erhält 16 Häller, zu welchen man die vorhandenen 4 Häller addirt, die Summe ist 20 Häller.

		2ter Partialquotient
4	98 kr.	24 kr.
Theilung der Kreutzer	8	
	18	
	16	

Rest - 2kr. = 16hl. und 16hl. + 4hl. = 20hl.

c) Die 20 Häller dividire man ebenfalls mit 4, man erhält 5 Häller, es bleibt nichts als Rest übrig, wodurch nun die Division beendet ist.

		3ter Partialquotient.
4	20 hl.	5 hl.
Theilung der Häller.	20	

Rest --

Folglich ist (293 fl. 38 kr. 4 hl.) : 4 = 73 fl. 24 kr. 5 hl. oder:

Divisor	Dividend	Totalquotient
4	293 fl. 38 kr. 4 hl.	73 fl. 24 kr. 5 hl.

§. 67.

B. Regeln der Division, wenn der Dividend eine einzige benannte Zahl ist, hingegen aber der Divisor Einheiten von verschiedener Benennung in sich begreift, mit einem beigesezten Beispiele.

a) Man bringe in diesem Falle nach §. 56. a. oder nach §. 57. a. die höheren Einheiten auf

die in der Aufgabe vorkommenden niedrigsten Einheiten.

b) Nun dividire man nach §. 40. Ziffer 5. den Dividend durch den Divisor, indem man beide als bloße Zahlen betrachtet.

c) Ob der durch die Division erhaltene Quotient eine solche benannte Zahl ist, die noch auf Einheiten höherer Ordnung zu reduziren ist, muß man aus der vorliegenden Aufgabe ermessen; man nehme in diesem Falle nach §. 56. b. oder nach §. 57. b. die nöthigen Reduktionen wirklich vor.

Beispiel:

Um für eine gewisse Anzahl Soldaten die vorgeschriebenen Brodportionen zu liefern, werden wochentlich 6 baierische Schäffel 4 Metzen 1 Viertel Getraid erfordert, — binnen wie viel Wochen wird man mit 108 Schäffel diese Lieferung leisten können?

a) Der aufgestellten Regel gemäß reduzire man demnach, die Schäffel auf Metzen, und diese auf Viertel, man erhält, daß 6 Sch. + 4 Mez. + 1 Vrtl. = 81 Viertel, d. h., es geben 6 Schäffel 4 Metzen und 1 Viertel in jenem Getraidmaaße, das man Viertel nennt, 81 Viertel.

b) Die 108 Schäffel reduzire man ebenfalls auf Viertel, man erhält 1296 Viertel.

c) Die Anzahl 1296 dividire man mit 81, man erhält zum Quotienten 16.

Folglich wird man mit 108 Schäffel diese Lieferung 16 Wochen hindurch leisten können; oder 108 Schäffel: (6 Sch. 4 Mez. 1 Viertel) = 16.

§. 68.

C. Regeln der Division, wenn sowohl der Dividend, als auch der Divisor Einheiten von verschiedener Ordnung und Benennung in sich begreift, mit einem beigesezten Beispiele.

a) Die Einheiten des Divisors, und eben so jene des Dividends reduzire man auf die in der Aufgabe vorkommenden Einheiten der niedrigsten Ordnung;

b) Den Dividend und den Divisor betrachte man wie bloße Zahlen, und dividire jenen durch diesen nach §. 40. Ziffer 5.;

c) Wenn es die vorliegende Aufgabe erfordert, reduzire man den Quotienten wieder auf die Einheiten höherer Ordnung.

Beispiel:

Es hinterläßt jemand ein Vermögen von 3504 fl. 14 kr. 5 hl., welches unter mehrere Erben vertheilt wird, von denen jeder 500 fl. 36 kr. 3 hl. erhält, — es ist nun die Frage, wie viel es Erben gewesen sind?

a) Wie oft der Antheil eines jeden Erben in der ganzen Erbschaft enthalten ist, muß hier durch die Berechnung untersucht werden; um deßwillen muß man hier dividiren, um mittels des Quotienten die Anzahl der Erben zu finden;

b) Demnach reduzire man sowohl den Antheil eines jeden, als auch die ganze Erbschaft auf die in der Aufgabe vorkommenden Einheiten der niedrigsten Benennung, d. h., man reduzire die

vorkommenden Gulden und Kreutzer auf Häller, man erhält:

1) 3504 fl. 14 kr. 5 hl. = 1'682.037 Häller.
2) 500 fl. 36 kr. 3 hl. = 240291 Häller.

c) Nun betrachte man den Divisor und den Dividend wie bloße Zahlen, und dividire nach §. 40 Ziffer 5. die 1'682.037 mit der Zahl 240291, man erhält zum Quotienten die Zahl 7, oder 1'682.037 : 240291 = 7;

d) Da nun 240291 Häller in 1'682.037 Häller 7 mal enthalten sind, so waren es 7 Erben oder (3504 fl. 14 kr. 5 hl.) : (500 fl. 36 kr. 3 hl.) = 7.

§. 69.

Beispiele der Division mit unbenannten Zahlen, die man wie benannte Zahlen betrachtet.

Man soll 9 Hundert 2 Zehner und 7 Einer mit 3 dividiren.

a) Allererst dividire man nach §. 66. zur linken Seite die Hunderte, man erhält zum Quotienten 3 Hundert; da kein Rest bleibt, so dividire man nach den Hunderten die Zehner;

b) Weil sich aber 2 Zehner mit 3 nicht dividiren lassen, so reduzire man die 2 Zehner auf Einer, und addire die vorhandenen 7 Einer dazu, man erhält 27 Einer; an die Stelle der Zehner schreibe man Null, und dividire die 27 Einer mit 3, man erhält 9 Einer. Folglich ist, (9 Hundert 2 Zehner 7 Einer) : 3 = 3 Hundert 0 Zehner 9 Einer.

§. 70.
Probe der Division mit beigesezten Beispielen.

a) Mit dem gefundenen Quotienten dividire man den nämlichen Dividend, man muß den vorigen Divisor zum Quotienten erhalten (§. 42. A.).

b) Mit dem gefundenen Quotienten multiplizire man den Divisor, man muß zum Produkte den Dividend erhalten (§. 42. B.).

I. Beispiel:

Man hat im Beispiele des §. 66. den Totalquotienten 73 fl. 24 kr. 5 hl. gefunden.

Man dividire zur Probe nach §. 68. den Dividend 293 fl. 38. kr. 4 hl. mit dem gefundenen Quotienten, man erhält den vorigen Divisor 4 zum neuen Quotienten, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Division ersieht.

II. Beispiel:

Man hat im Beispiele des §. 68. zum Quotienten die Zahl 7 gefunden.

Man multiplizire zur Probe nach §. 64. den Divisor 500 fl. 36 kr. 3 hl. mit dem gefundenen Quotienten 7, man erhält zum Produkte den vorigen Dividend 3504 fl. 14 kr. 5 hl. woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Division ersieht.

§. 71.
Probe der Multiplikation durch die Division mit einem beigesezten Beispiele.

a) Nach den in diesem Abschnitte aufgestellten Regeln dividire man auch hier, wie im §.

43. bei den unbenannten Zahlen, das Produkt mit dem Multiplikand, man muß zum Quotienten den Multiplikator erhalten; oder

b) Mit dem Multiplikator dividire man das Produkt, man muß zum Quotienten den Multiplikand erhalten.

Man muß immer, wenn man mit einem beliebigen Faktor dividirt, den andern Faktor zum Quotienten erhalten.

Beispiel:

Durch die vorgenommene Multiplikation hat man im I. Beispiele des §. 64. zum Produkte 195 Ballen 4 Riß und 16 Buch erhalten.

Man dividire zur Probe nach §. 68. das Produkt mit dem Multiplikand 15 Ballen 12 Riß 18 Buch, man erhält zum Quotienten den Multiplikator 12; oder man dividire dasselbe nach §. 66. mit dem Multiplikator 12, man muß zum Quotienten den Multiplikand 15 Ballen 12 Riß 18 Buch = 16 Ballen 2 Riß 18 Buch erhalten. Erhält man wirklich den andern Faktor wieder, dann ist durch die Division die Multiplikation als fehlerfrei erprobt worden.

Anmerkung: 1) Bei jeder dieser Rechnungsarten könnte man die vorkommenden Einheiten von verschiedener Benennung auf Einheiten der nämlichen Benennung reduziren, und dann das Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsverfahren vornehmen.

Da man aber den in diesem Abschnitte aufgestellten Regeln gemäß die verlangten Resultate auf eine bequemere Weise erhält, so ist diese Operation ganz überflüßig.

2) Unter dem Reduziren verstehen einige nur jene Veränderungen, wodurch Zahlen oder Einheiten einer niedrigeren Ordnung auf Einheiten einer höheren Ordnung, z. B. Lothe auf Pfunde, gebracht werden, und nennen dann jene Veränderungen das Resolviren, durch welche höhere Einheiten in niedere verwandelt werden. Ich hingegen verstehe nach dem Lehrbuche ꝛc. des Herrn Dr. Bundschue ꝛc., wie aus dem, was dieses Hauptstück enthält, ersichtlich ist, unter Reduziren immerhin jene Veränderungen, wodurch niedere Einheiten in höhere, oder umgekehrt diese in jene verwandelt werden. Die erste dieser beiden Reduktionen wird von einigen auch die aufsteigende, die andere hingegen die absteigende Reduktion genannt.

F.

Das arithmetische Medium, und die Durchschnittsberechnungen betreffend, und Beispiele zur Uebung.

§. 72.

Das arithmetische Medium, und die Durchschnittsberechnungen.

I.

Wenn man z. B. die beiden Zahlen 12 und 24 addirt, und ihre Summe 36 mit 2 dividirt, so nennt man den gefundenen Quotienten 18 das arithmetische Medium — die arithmetische Mittelzahl; es wird demnach darunter jener Quotient verstanden, den man erhält, wenn man die Summe dieser beiden Zahlen mit 2 dividirt.

II.

Unter dem zehnjährigen Durchschnitte versteht man jene Zahl, die man als Quotienten erhält, wenn man die Erträgnisse von zehn auf einander folgenden Jahren zusammenzählt — addirt, diese Summe in 10 gleiche Theile theilet, und davon einen, somit den zehnten Theil nimmt. Unter sechs- oder vierzehnjährigen Durchschnitt versteht man im Gegentheile jenen Quotienten, den man erhält, wenn man die Summe der Erträgnisse von 6 oder 14 Jahren mit den Zahlen 6 oder 14 dividirt.

§. 73.

Beispiele zur Uebung.

I.

Jemand hat z. B. ehemals jährlich 1316 fl. 12 kr. 6 Häller, und später 2000 fl. 36 kr. 4 Häller Einkünfte bezogen, wie groß ist nun der Betrag, wenn davon die arithmetische Mittelzahl genommen wird?

II.

Im Falle die Erträgnisse eines gewissen Amtes in nachstehenden 10 Jahren folgende sind:

1) Im Jahre 1814 haben sich dieselben auf 548 fl. 12 kr. 3 Häller belaufen, — 2) 1815 auf 613 fl. 27 kr. 6 Häller, — 3) 1816 auf 599 fl. 38 kr., — 4) 1817 auf 721 fl. 49 kr. 7 Häller, — 5) 1818 auf 632 fl. 15 kr., — 6) 1819 auf 688 fl. 51 kr. 1 Häller, — 7) 1820 auf 857 fl. 23 kr. 1 Häller, — 8) 1821

auf 634 fl. 15 kr. 4 Häller, — 9) 1822 auf 718 fl. 48 kr., — 10) und im Jahr 1823 auf 795 fl. 54 kr. 2 Häller; — welcher zehnjährige Durchschnitt ergiebt sich dann?

III.

Wenn man die Daten nach Jahr, Monat, Tag ꝛc. berechnen will, so hat man einige Eigenheiten zu merken. Es wird nämlich, wenn das Jahr, Monat, Tag ꝛc. noch nicht verflossen ist, allezeit das vorgehende Jahr, Monat ꝛc. angeschrieben; bei der niedrigsten Ordnung wird die Zahl, welche den Monat, Tag oder die Stunde ausdrückt, so geschrieben, wie sie gegeben ist. Die Monate werden der Ordnung nach, wie sie im Kalender auf einander folgen, mit Ziffern bezeichnet, wobei man zugleich bemerken muß, ob es ein Monat von 30 oder 31 Tagen ist (§. 53. e.).

Die Stunden werden von Mitternacht bis wieder zu Mitternacht gezählt; z. B. „1793 den 14ten Juni Abends 6 Uhr“ wird mathematisch so geschrieben: „1792 Jahr + 5 Monat + 13 Tag + 6 Stunden.“

So geschriebene Daten müssen im Gegentheile jederzeit um ein Jahr, Monat, einen Tag ꝛc. höher gelesen werden; die niedrigste Ordnung wird gelesen, wie sie steht.

I. Beispiel:

Seine Majestät Maximilian Joseph König von Baiern, unser allergnädigster Landesvater, wurde den 27ten Mai 1756 zu Schwetzingen, 3 Stunden von Mannheim, ge-

hören, — wie alt sind Allerhöchstdieselben heute, am 16ten Februar 1824?

			12		46	
Minuend	1823 J.	+	1 M.	+	16 T.	
Subtrahend	1755		4		27	
Rest	--67 J.	+	8 M.	+	19 T.	

Da der Rest kein Datum ist, so lese man denselben wie er da steht, nämlich Se. Majestät ꝛc. sind heute 67 Jahre 8 Monat und 19 Tag alt.

II. Beispiel:

Wie lange ist es heute, am 16ten Februar 1824, seit dem Se. Majestät ꝛc. den Thron von Baiern bestiegen haben, da Allerhöchstdieselben am 16ten Februar 1799, nach dem Erlöschen des pfalzsulzbachischen Stammes durch den Tod Sr. Durchlaucht des Churfürsten Karl Theodor, diesem Fürsten succedirten?

Minuend	1823 J.	+	1 M.	+	16 T.
Subtrahend	1798		1		16
Rest	--25 J.	+	0 M.	+	0 T.

Es wird keinem Baier unbekannt sein, daß am heutigen Tage Se. Majestät ꝛc. das 25 jährige Regierungs-Jubiläum feiern.

Der Verfasser dieses Werckchens kann hier nicht umhin, seine Gefühle auszudrücken, die ihn am heutigen Tage, den Baiern seit Jahrhunderten unter die glücklichsten zæhlt, durchdringen:

O! könnte jeder der durch Maximilian so hochbeglückten Bewohner Baierns nur eine Stunde von seiner Lebensdauer für seinen erhabensten König abtreten! und welcher bræchte nicht gerne dieses kleine Opfer? so würde Ottos von Wittelsbach edelster und würdigster Enkel noch længer als 406 Jahre durch Seine so weise Regierung Baiern beglückend beherrschen.

Horch'! der Glocken feierlich Gelæute laden zu des Festes Glanz, und somit lege ich für heute die Feder nieder, um mich den Reihen anzuschliessen, die sich mit tief gerührten Herzen in den Tempel begeben, um den Lenker aller Dinge innigst zu bitten:

daſs uns der allverehrte Vater des Vaterlandes noch in spæten Jahren erhalten werden mœge!

III. Beispiel:

Ihre Majestät Friderike Wilhelmine Karoline Königin von Baiern, unsere allergnädigste Landesmutter, waren 1824 am 16. Februar 47 Jahre 7 Monate und 3 Tage alt, wenn sind Allerhöchstdieselben geboren worden?

	...	13	
Minuend	1823 J. +	1 M. +	16 T.
Subtrahend	47	7	3
Rest	1775 J. +	6 M. +	13 T.

Allerhöchstdieselben sind also im Jahre 1776 den 13. Juli geboren worden.

Zur Probe kehrt man z. B. diese Aufgabe um, und sagt: wenn Ihre Majestät ꝛc. am 13. Juli 1776 geboren wurden, an welchem Tage haben Allerhöchstdieselben ein Alter von 47 Jahren 7 Monaten und 3 Tagen erreicht?

Stellt man nun nach den hier gegebenen Regeln die Berechnung an, so muß man, im Falle sich kein Fehler eingeschlichen hat, zum Resultate finden, daß Ihre Majestät ꝛc. am 16. Februar 1824 dieses Alter erreicht haben.

Auf diese Weise werden nun folgende Aufgaben aufgelöset:

a) Se. Majestät Max. Jos. König von Baiern ꝛc. wurden am 1. Jänner 1806 zum König proklamirt, und vermählten sich zum zweitenmale am 9. März 1797.

Seine Königliche Hoheit Ludwig Karl August, Kronprinz von Baiern, wurde am 25. August 1786, und Seine Königliche Hoheit Karl Theodor, Königlicher Prinz von Baiern, am 7. Juli 1795 geboren.

Wie lang ist es nun, seitdem sich diese wichtigen Ereignisse zugetragen haben?

b) Man fand eine alte Münze, auf welcher die Jahreszahl 1523 zu lesen ist; wie viele Jahre sind bis jezt verflossen, seitdem dieselbe geprägt wurde?

c) Man will das Alter von vier Personen wissen, und in dem sogenannten Taufbuche fin-

det man, daß die erste den 10. Februar 1771, die zweite am 8. März 1773, die dritte am 14. April 1777, und die vierte am 5. September 1774 geboren wurde; es ist nun die Frage, welches Alter hat jede dieser vier Personen den 5. März 1824 erreicht?

d) Wie lange ist es seit dem Abschlusse des Preßburger Friedens, da wir wissen, daß derselbe am 26. Dezember 1805 unterzeichnet wurde?

IV.

Welcher ist der kubische Inhalt eines Zimmers, welches im baierischen Duodezimalmaaße 2 Ruthen 5 Fuß 4 Zoll lang, 2 Ruthen 2 Fuß 3 Zoll breit, und 1 Ruthe 7 Fuß 8 Zoll hoch ist?

V.

Welcher ist der Kubikinhalt eines Holzstoßes, welcher im baierischen Dezimalmaaße 20 Ruthen 5 Fuß lang, 1 Ruthe 8 Fuß hoch, und 3 Fuß 6 Zoll breit ist?

VI.

Welche Summe Geldes geben zusammen 117 Stück baierische Dukaten, 54 Stück baier. Mard'ors und 20 Stück baier. Kronenthaler?

VII.

Die Ausgaben seien z. B. bei einer gewissen Haushaltung im ersten Monate 89 fl. 33 kr. 5 Häller, im zweiten 71 fl. 42 kr. 7 Häller, und im dritten 74 fl. 27 kr. 2 Häller, dagegen haben sich die gesammten Einnahmen während die-

ſer 3 Monate auf 270 fl. belaufen, — um wie viel übertrifft nun die Einnahme in dieſem Falle die Ausgabe?

VIII.

Wie viel baier. Klafter hält ein Holzſtoß, der im baier. Duodezimalmaaße 40 Fuß in der Länge, 11 Fuß in der Höhe, und 3 Fuß in der Breite, d. h., 3 Fuß Scheiterlänge hat, da es bekannt iſt, daß die baier. Klafter als Holzmaaß — das baier. Holzklaftermaaß — 126 baieriſche Kubikfuß hat (§. 48. f.).

IX.

Wenn 37 Fahnenjunker mitſammen jährlich 10656 fl. Gage haben, — wie viel trifft einem jährlich und monatlich?

X.

Wenn ein Feldwebel täglich 30 kr., — ein Fourier 26 kr. 4 Häller, — ein Sergeant 18 kr., — ein Korporal 15 kr., — ein Vicekorporal 11 kr. 4 Häller (einſchließlich der Zulage von 4 Kreutzer für jeden Tag), — ein Tambour erſter Klaſſe 8 kr. 4 Häller, — ein Tambour zweiter Klaſſe 7 kr. 4 Häller, — und ein Gefreiter, Pionier oder Soldat 7 kr. 4 Häller Löhnung hat; — wie viel beträgt dieſes für einen Monat von 30 Tagen bei einer Kompagnie, die aus einem Feldwebel, einem Fourier, 2 Sergeanten, 6 Korporäls, 4 Vicekorporäls, 1 Tambour erſter=, und 2 Tambouren zweiter Klaſſe, und 10 Gefreiten, worunter 2 Pioniere ſind, und 162 Soldaten beſteht?

Anmerkung: 1) Iſt von einer Schützen=Kom=

pagnie die Rede, so müssen für die Tamboure 3 Hornisten, nämlich einer erster- und zwei zweiter Klasse gesezt werden, jener hat täglich 15 und einer von diesen 13 kr. Löhnung.

2) Ein Unteroffizier, der Dienste thut, macht täglich 3 kr. 7 Häller, ohne Unterschied der Charge, wozu auch der Vicekorporal gerechnet wird, auf Montour gut, alle übrigen aber nur 3 kr. 1 Häller. — Die Unteroffiziere und Soldaten der Schützen-Kompagnien machen noch besonders für Huppen, erstere quartaliter 6 kr. 2 Häller und leztere 5 Kreutzer gut.

3) Jeder Unteroffizier und Soldat, der sich in einem Strafarreste, wo er keine Dienste macht, oder im Untersuchungsarreste befindet, macht täglich 2 Kreutzer auf Montour gut.

4) Unteroffiziere und Soldaten die im Spital sind, haben für die Zeit ihres dortigen Aufenthaltes keine Montour Raten.

5) Was die gegenwärtige Anmerkung enthält, ist größtentheils nur auf die Linien Infanterie in Anwendung zu bringen.

XI.

Eine Erbschaft von 8460 fl. 54 kr. 6 Häller soll unter sechs Erben zu gleichen Theilen vertheilt werden, — wie viel trifft es nun jedem?

XII.

Ein Unteroffizier bezieht in einem Jahre, d. h. in 12 Monaten, oder was eines ist, in 365 Tagen 109 fl. 30 kr. Löhnung, — wie viel trifft nun demselben in einem Monate, und wie viel in einem Tag.

III. Hauptstück.

Von den gemeinen Brüchen.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

§. 74.

Erklärungen.

Ein Bruch — eine gebrochene Zahl ist diejenige Größe, welche einen Theil, oder mehrere Theile eines Ganzen ausdrückt, wie dieses schon im §. 10. bemerkt wurde.

Sage ich z. B. „drei vierte Theile eines Kreutzers," so drücke ich dadurch einen Bruch — eine gebrochene Zahl aus, weil ich hier einige Theile des Kreutzers — einige Theile eines Ganzen ausdrücke.

Wenn ich bloß sage „3 Kreutzer, oder 1 Pfenning," so ist nicht von einem Bruche die Rede, da ich im ersten Falle den ganzen Kreutzer selbst, und also nicht Theile desselben, mehrmal setze, und im zweiten Falle der Pfenning, welcher der vierte Theil des Kreutzers ist, als ein für sich bestehendes Ganzes, und folglich nicht

als ein Theil eines andern Ganzen dargestellt wird.

Anmerkung: Das Wort „Bruch oder gebrochene Zahl (Fractio)“ kömmt von dem Worte „brechen (frango), zerbrechen“ her; wird z. B. ein Stab gebrochen, oder zerbrochen, so zerfällt er in mehrere Stücke, die seine Theile genannt werden.

§. 75.

Fortsetzung der Erklärungen.

Jeder Bruch muß durch zwei Zahlen ausgedrückt werden, wovon eine benennet, in wie viele Theile das Ganze getheilt worden; und diese heißt der Nenner; und eine, welche zählt, wie viele Theile vom Ganzen genommen worden; und diese heißt der Zähler.

Das Anschreiben oder die Bezeichnung der Brüche geschieht dadurch, daß man zuerst, oder oben hin den Zähler schreibt, dann unten hin den Nenner so sezt, daß beide durch einen Querstrich abgesondert werden; man schreibt daher drei vierte Theile eines Guldens so „$\frac{3}{4}$ fl. oder $^3/_4$ fl. oder auch $^3\!\!\int_4$ fl.“, und lies't der Kürze wegen „drei Viertel eines Guldens.“ In diesem Beispiele ist die Zahl 3 der Zähler, und die Zahl 4 der Nenner, und der horizontale (—), oder schiefe Querstrich (/), oder auch das Zeichen (∫) das Bruchzeichen.

Anmerkung: Aus der Ursache schreibt man den Bruch mit einem Querstriche, welcher das Zeichen der Division ist, weil man jeden Bruch für einen Quotienten ansehen kann, der entsteht,

wenn man den Zähler als Dividend durch den Nenner als Divisor theilet.

Bleibt z. B. bei der Division ganzer Zahlen am Ende 3 übrig, welches mit 4 nicht mehr getheilt werden kann, so schreibt man 3 über, und 4 unter den Querstrich, nämlich $^3/_4$, wo der Dividend 3 der Zähler, und der Divisor 4 der Nenner ist.

Beim Lesen der Brüche spricht man zuerst den Zähler, dann den Nenner mit dem Wörtchen Theil oder Theile, oder zusammengezogen tel aus; z. B. $^2/_3$, $^3/_4$, oder $^4/_5$ fl. heißt: zwei Drittheile, drei Viertheile, oder vier Fünftheile eines Guldens, oder gemein oder kürzer ausgesprochen: zwei Drittel, drei Viertel eines Ganzen, oder vier Fünftel eines Guldens, was eben so viel ist, als man soll von einem Ganzen 3 Theile 2 mal, 4 Theile 3 mal, oder von einem Gulden 5 Theile 4 mal nehmen; daher werden auch nachstehende Brüche so gelesen:

$^1/_2$, das ist, ein Zweitel oder ein Halbes;
$^2/_3$, = =, zwei Drittel;
$^4/_5$, = =, vier Fünftel;
$^6/_7$, = =, sechs Siebentel;
$^7/_8$, = =, sieben Achtel;
$^9/_{10}$, = =, neun Zehntel;
$^5/_{100}$, = =, fünf Hundertel;
$^{24}/_{1000}$, = =, vier und zwanzig Tausendtel ꝛc.

§. 76.
Abtheilung der Brüche.

1) Brüche werden in eigentliche — ächte,

und in uneigentliche — unächte Brüche abgetheilet.

a) Jene Brüche, deren Zähler kleiner, als der Nenner ist, und also kein Ganzes ausmachen, sind eigentliche — ächte Brüche; z. B. $^3/_4$, $^4/_5$ 2c.

b) Uneigentliche — unächte Brüche sind jene, deren Zähler und Nenner entweder einander gleich, oder deren Zähler größer, als der Nenner ist, und die also ein Ganzes, oder mehr als ein Ganzes ausmachen; z. B. $^5/_5$, $^6/_5$ 2c.

2) Gemischte Brüche heißt man jene Brüche, denen Ganze beigefügt sind; z. B. $2^1/_2$, $4^3/_5$ 2c.

3) Gleichartige heißt man jene Brüche, welche Theile eines Ganzen ausdrücken, wenn sie gleiche Nenner, und ungleichartig, wenn sie verschiedene Nenner haben; z. B. $^2/_6$ fl. und $^4/_6$ fl. sind gleichartige, dagegen aber $^2/_4$ fl. und $^4/_5$ fl. ungleichartige Brüche.

4) Endlich heißt man die Brüche einfach, wenn ihr Nenner und Zähler eine ganze Zahl ist; z. B. $^2/_4$, $^5/_6$ 2c.; wenn aber die Brüche aus einfachen Brüchen zusammengesezt, und also ihre Zähler oder Nenner, oder beide selbst Brüche sind, so heißt man sie doppelte, gebrochene, oder zusammengesezte Brüche, oder Bruchsbrüche; z. B. $\frac{^1/_2}{4}$, oder $\frac{4}{^2/_3}$, oder endlich $\frac{^7/_8}{^5/_6}$ sind zusammengesezte Brüche,

weil die Zähler $1/2$, $7/8$ und die Nenner $2/3$, $5/6$ gleichfalls Brüche sind.

Weil die zusammengesezten Brüche ꝛc. mühsam zu schreiben und zu verstehen sind, und weil man durch gewiße Veränderungen jeden zusammengesezten Bruch, ohne seinen Werth zu verändern, in einen einfachen verwandeln kann, welches bei der Division der Brüche gezeigt werden wird, so ist hier immerhin nur von den einfachen Brüchen die Rede.

§. 77.

Eintheilung der Brüche in gemeine, Dezimal- und Sexagesimalbrüche.

1) Brüche heißt man gemeine Brüche, oder Brüche überhaupt, wenn sie jeden beliebigen Nenner haben dürfen; z. B. $1/2$, $3/4$, $5/6$ ꝛc.;

2) Zehntheilige — Dezimalbrüche heißt man diejenigen, die bestimmt zum Nenner nur 1 mit beigefügten Nullen haben müssen; z. B. $5/10$, $36/100$, $384/1000$ ꝛc.

3) Sexagesimalbrüche — sechzigtheilige Brüche sind solche, bei welchen der Nenner die Zahl 60, oder ein solches Produkt ist, das man erhält, wenn man 60 mehrmal als Faktor sezt — mehrmal mit sich selbst multiplizirt; z. B. $7/60$, $7/3600$ ꝛc.

Anmerkung: In diesem Werkchen ist eigentlich nur von den gemeinen Brüchen die Rede; sollte es indessen der Raum erlauben, so werde ich am Ende auch noch die Dezimalbrüche vortragen.

§. 78.
Vergrößerung des Werthes eines Bruchs.

1) Laßt man den Nenner eines Bruches unverändert, und vergrößert man den Zähler, so vergrößert man auch dadurch den Werth des Bruches, indem dann immer dieselben Theile bleiben, und diese wegen Vergrößerung des Zählers öfters genommen werden. Es sind daher $^1/_8$, $^2/_8$, $^3/_8$, $^4/_8$ rc. Brüche, deren Werth in eben dem Verhältniße zunimmt, wie die Zähler größer werden.

2) Läßt man aber den Zähler unverändert, und verkleinert man dagegen den Nenner, so kommen immer größere Theile zum Vorscheine, die immer gleich oft genommen, einen größern Werth des Bruches geben; daher sind $^2/_8$, $^2/_6$, $^2/_4$, $^2/_3$ rc. Brüche, deren Werth in eben dem Verhältnisse zunimmt, als die Nenner abnehmen.

Es wird also der Werth eines Bruches, eines bestimmten Ganzen, von Zähler und Nenner zugleich bestimmt; mit jenem steht er im geraden, mit diesem im verkehrten Verhältnisse, und ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man entweder den Zähler multiplizirt, oder den Nenner dividirt. Demnach ist $^3/_4 \times 2 = {}^6/_4 = {}^3/_2$; ist von einem Pfunde die Sprache, so betragen 3 Viertel eines Pfundes, 2 mal genommen, 6 Viertel, also ein Pfund und 2 Viertel, oder 1 tb. 16 Lth., und 3 halbe Pfund geben ebenfalls 1 tb. 16 Lth., oder ein und ein halbes Pfund.

§. 79.
Verminderung des Werthes der Brüche.

1) Läßt man den Nenner eines Bruches unverändert, und vermindert man den Zähler, so vermindert man dadurch den Werth des Bruches, weil dann die nämlichen Theile nicht mehr so oft genommen werden; es sind daher z. B. $^7/_8$, $^6/_8$, $^5/_8$, $^4/_8$ ꝛc. Brüche, deren Werth im nämlichen Verhältnisse abnimmt, wie die Zähler kleiner Werden.

2) Läßt man aber den Zähler eines Bruches unverändert, und vergrößert man den Nenner, so vermindert man dadurch ebenfalls den Werth des Bruches, weil dann die Theile, je mehr ihrer sind, kleiner werden, und diese kleineren Theile wieder gleich oft genommen werden. Aus dem Grunde sind $^2/_3$, $^2/_4$, $^2/_5$, $^2/_6$ ꝛc. Brüche, deren Werth in eben dem Verhältnisse abnimmt, wie die Nenner größer werden.

Daraus geht nun hervor, daß ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt wird, wenn man entweder den Zähler dividirt, oder den Nenner multiplizirt; daher ist z. B. $^4/_5$ fl. : 2 = $^2/_5$ fl. = $^4/_{10}$ fl., weil 4 Fünftel, halb genommen, oder ihre Hälfte, 2 Fünftel, als 24 kr. betragen, und $^4/_{10}$ fl. oder 4 Zehntel eines Guldens auch 24 kr. ausmachen.

Aus dem, was im vorigen und diesem §. gesagt wurde, geht auch hervor, daß der Werth eines Bruches unverändert bleibt, wenn man Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl mulplizirt, oder beide mit der nämlichen Zahl divi-

dirt. Es ist daher $3/4 = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = 15/20$ und $15/20 = \frac{15 : 5}{20 : 5} = 3/4$; indem der Werth des Bruches durch dieses Verfahren allemal auf die nämliche Weise vergrößert und verkleinert, oder auf die nämliche Weise verkleinert und vergrößert wird.

§. 80.
Ausziehung der Ganzen bei unächten Brüchen, oder umgekehrt, Ganze mit angehängten Brüchen wieder in unächte Brüche zu verwandeln.

a) Wenn man bei unächten Brüchen, bei welchen der Zähler so groß, oder größer ist als der Nenner, die Anzahl der vorhandenen Ganzen wissen will, so dividire man den Zähler durch den Nenner, und setze den Rest, wenn einer da ist, dem Quotienten bei; dieser zeigt die Ganzen an, und jener giebt als neuer Zähler einen Bruch mit dem vorigen Nenner. Z. B. $6/6$ fl. = 1 fl., ferner $8/7$ fl. = 1 $1/7$ fl., dann $48/5$ fl. = 9 $3/5$ fl. 2c., indem zu einem Ganzen 6 Sechstel, ferner 7 Siebentel, dann 5 Fünftel nothwendig sind; man bekömmt also so oft ein Ganzes, so oft man 6 von 6, ferner 7 von 8, dann 5 von 48 wegnehmen kann.

b) Wenn man Ganze mit einem angehängten Bruche in unächte Brüche verwandeln will, so multiplizire man die Ganzen durch den Nenner des angehängten Bruches, addire den Zähler desselben zum Produkte, und schreibe unter die

Summe den Nenner. Z. B. 1 fl. = $^6/_6$ fl., ferner 1 $^1/_7$ fl. = $^8/_7$ fl., dann 9 $^3/_5$ fl. = $^{48}/_5$ fl.; man bekömmt also so viel Theile, so viele man erhält, wenn man 0 zu 6, ferner 1 zu 7, dann 9 fünfmal zu 9 + 3 addirt.

Der Werth eines Bruches beträgt allemal genau sein Ganzes, wenn der Zähler dem Nenner gleich ist.

§. 81.

Die Auflösung der Brüche, mit beigesezten Beispielen.

Wenn der Werth eines Bruches in Einheiten niederer Ordnung angegeben wird, so hat man denselben aufgelös't oder reduzirt.

Man muß, um den Werth eines Bruches auf diese Weise zu erfahren, den Zähler des Bruches mit der Reduktionszahl multipliziren, und das Produkt mit dem Nenner dividiren, wodurch man mittels des Quotienten den Bruch in niederen Einheiten angezeigt erhält; im Falle ein Rest bleibt, so muß man ihn als Zähler anschreiben, welcher mit dem vorigen Nenner einen neuen Bruch von den nämlichen niederen Einheiten giebt.

I. Beispiel:

Was betragen $^3/_4$ Pfund baier. Handelsgewichtes?

Weil ein Pfund 32 Loth hat (§. 52. Tab. I.), so multiplizire man 32 mit dem Zähler 3, oder, was dasselbe ist, 3 mit 32, wie hier folgt:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 3 \\ \hline 96 \end{array}$$

Ferners dividire man 96 mit dem Nenner 4, wie hier folgt:

$$\begin{array}{r|l} 96 & \\ :4 & 24 \text{ Loth} \\ 8 & \\ \hline 16 & \\ 16 & \\ \hline -- & \end{array}$$

$3/4$ Pfund geben also 24 Loth, oder $3/4$ tb. = 24 Loth.

II. Beispiel:

Was betragen $3/7$ Pfund vom nämlichen Gewichte?

Man multiplizire den Zähler 3 mit 32 als der Reduktionszahl, wie hier folgt:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 3 \\ \hline 96 \end{array}$$

Ferner dividire man das Produkt 96 mit dem Nenner 7, man erhält 13, und 5 als Rest, dieser giebt $5/7$, wie hier folgt:

$$\begin{array}{r|l} 96 & \\ :7 & 13\ 5/7 \text{ Loth} \\ 7 & \\ \hline 26 & \\ 21 & \\ \hline \text{Rest } -5 & \end{array}$$

$^{3}/_{7}$ Pfund betragen also 13 $^{5}/_{7}$ Loth, oder $^{3}/_{7}$ tb. = 13 $^{5}/_{7}$ Loth.

III. Beispiel:

Was betragen $^{5}/_{7}$ Loth des nämlichen Gewichtes?

Da ein Loth 4 Quinteln hat, so multiplizire man den Zähler 5 mit 4, und dividire das Produkt 20 mit 7, wie hier folgt:

```
  5           ferner 20 |
 ×4                  :7 | 2 6/7 Quinteln
----                 14 |
 20                ------
               Rest  -6
```

$^{5}/_{7}$ Loth betragen also 2 $^{6}/_{7}$ Quinteln, oder $^{5}/_{7}$ Loth = 2 $^{6}/_{7}$ Quinteln.

IV. Beispiel:

Was betragen $^{6}/_{7}$ Quinteln des nämlichen Gewichtes?

Weil 1 Quintel 15 Pfenninggewicht hat, so multiplizire man den Zähler 6 mit 15, und dividire das Produkt mit 7, wie hier folgt:

```
  15          ferner 90 |
  ×6                 :7 | 12 6/7
 ----                 7 |
  90                 ----
                     20
                     14
                    ----
               Rest  -6
```

$^{6}/_{7}$ Quinteln geben also 12 $^{6}/_{7}$ Pfenninggewicht, oder $^{5}/_{7}$ Quintel = 12 $^{6}/_{7}$ Pfenninggewicht.

Den Bruch $^{6}/_{7}$ Pfenninggewicht kann man nicht mehr auflösen, weil das Pfenninggewicht das kleinste Gewicht ist, und daher $^{6}/_{7}$ Pfenninggewicht nicht mehr zu haben sind.

V. Beispiel:

Was betragen $^{4}/_{5}$ Zentner des nämlichen Gewichtes?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 100 \\ \hline 400 \end{array} \qquad \text{ferner} \begin{array}{r} 400 \\ :5 \\ 40 \\ \hline \end{array} \Big| \; 80 \text{ Pfund}$$

$^{4}/_{5}$ Zentner betragen 80 Pfund, oder $^{4}/_{5}$ Zentner = 80 Pfund.

Nach den in diesem §. gegebenen Regeln sind sämmtliche nachstehende Aufgaben zu bearbeiten.

1) Was betragen $^{3}/_{4}$ Mark Silber, nach dem baier. Silbergewicht?

Antw. 12 Loth.

2) Was betragen $^{4}/_{5}$ Mark Gold nach dem baier. Goldgewicht?

Antw. 19 $^{1}/_{5}$ Karath.

Anmerkung: Zu diesen beiden Aufgaben sind im §. 52., Anmerkung a., Ziffer 2. und 3. die Reduktionszahlen zu finden.

3) Was betragen $^{2}/_{3}$ Eimer des baierischen Schenkeimers?

Antw. 40 Maaß.

Anmerkung: Die Reduktionszahl zu dieser Aufgabe enthält die Tabelle des §. 49.

4) Was betragen $^{4}/_{5}$ Monat, den Monat zu 30 Tage?

Antw. 24 Tage.

Anmerkung: Läßt sich die Reduktionszahl mit dem Nenner des Bruches dividiren, so könnte man zuerst dieselbe damit dividiren, und dann den Quotienten mit dem Zähler multipliziren. Auf diese Weise findet man z. B. beim Bruche $3/4$ Pfund, daß er drei vierte Theile eines Pfundes beträgt; der 4te Theil von einem Pfund oder von 32 Loth ist 8 Loth, und diese, 3 mal genommen, geben 24 Loth, oder $3/4$ tb. = (1 tb. : 4) × 3 = (32 Lth. : 4) × 3 = 8 Loth × 3 = 24 Lth.

Da aber die Reduktionszahl nicht immer mit dem Nenner des Bruches theilbar ist, so multiplizirt man dagegen zuerst dieselbe mit dem Zähler, und dividirt dann auf die angezeigte Weise mit dem Nenner. Daher ist z. B. der Bruch $3/4$ tb. = $3/4$ × 32 Lth. = $96/4$ Lth. = 24 Lth., ferner $2/5$ fl. = $2/5$ × 60 kr. = $120/5$ kr. = 24 kr., dann $2/3$ Monat, den Monat zu 30 Tage, = $2/3$ × 30 Tage = $60/3$ = 20 Tage ꝛc.

§. 82.

Erklärungen zur Verkleinerung der Brüche.

1) Die Verrichtung, wodurch Brüche ohne Veränderungen ihres Werthes in kleineren Zahlen ausgedrückt werden, heißt man die Verkleinerung oder Abkürzung der Brüche, und diese Verkleinerung ꝛc. geschieht, wenn man den Zähler und den Nenner durch eine Zahl dividirt, durch welche beide ohne Rest theilbar sind. Eine solche Zahl nennt man das gemeine Maaß des Zählers und des Nenners; deßhalb kann man z. B. $1/2$ Elle statt $15/30$ Ellen sagen, weil 15 zu 15 und 30 ein gemeines Maaß ist,

das heißt, daß 15 diese beiden Zahlen ohne Rest dividirt, und der Bruch $^{15}/_{30}$ dadurch so verkleinert wird, daß man ihn ohne Veränderung des Werthes in den Bruch $^{1}/_{2}$ Elle verwandeln kann.

2) Wenn es für den Zähler und Nenner außer 1 keine Zahl mehr giebt, welche beide ohne Rest dividirt, so nennt man sie relative Primzahlen, und die Zahl das größte gemeine Maaß, welche den Zähler und Nenner so dividirt, daß die Quotienten relative Primzahlen werden; deßhalb ist im vorigen Beispiele 15 das größte gemeine Maaß zu 15 und 30, weil die Quotienten 1 und 2 relative Primzahlen sind.

3) Wenn eine Zahl nur durch 1 und durch sich selbst theilbar ist, wie 3, 7, 11, 13 2c., so nennt man selbe eine einfache Primzahl, oder schlechtweg eine Primzahl; kann man aber eine Zahl noch durch andere Zahlen theilen, of heißt sie eine zusammengesezte Zahl; z. B. 8, 12, 24, 36, 48 2c.

§. 83.

Regeln zur Verkleinerung der Brüche.

1) Ist das lezte oder niedrigste Ziffer zur rechten Seite durch 2, 5 oder 10 (im lezten Falle muß das niedrigste Ziffer Null sein) ohne Rest theilbar, so ist auch die Zahl selbst durch 2, 5 oder 10 ohne Rest theilbar; z. B. 316 ist durch 2, ferner 645 durch 5, und 920 durch 10 theilbar, indem 6 durch 2, ferner 5 durch 5, und 20 durch 10 theilbar ist, und daher 316 : 2 = 158, ferner 645 : 5 = 129, und 920 : 10

= 92, wo diese Quotienten genau ganze Zahlen sind.

2) Wenn sich die Summe des rechts an der Stelle der Einer stehenden Ziffers, und des gegen die linke Seite hin stehenden Ziffers, wenn man dieses doppelt nimmt, durch 4 ohne Rest theilen läßt, so ist die ganze Zahl ohne Rest theilbar; deßhalb ist z. B. 624 durch 4 theilbar, weil $4 + 2 \times 2 = 8$ durch 4 ohne Rest theilbar ist, und der Quotient 156 ist genau eine ganze Zahl, indem $624 : 4 = 156$.

3) Addirt man alle Ziffern nur nach ihrem natürlichen Werthe, und läßt sich die Summe durch 3 oder 9 theilen, so ist die ganze gegebene Zahl durch 3 oder 9 theilbar; z. B. 51 ist durch 3 theilbar, und $51 : 3 = 17$, weil $5 + 1 = 6$, und $6 : 3 = 2$; eben so ist 3654 sowohl durch 3 als 9 theilbar, weil $3 + 6 + 5 + 4 = 18$ und die Zahl 18 durch beide ohne Rest getheilt werden kann, weil $18 : 9 = 2$, und $18 : 3 = 6$.

§. 84.

Beispiele über die Verkleinerung der Brüche nach den im vorigen §. angeführten Regeln.

I. Beispiel:

Man verkleinere den Bruch $^{226}/_{238}$.

Durch 2 sind die lezten Ziffer dieser zwei Zahlen, nämlich 6 und 8 ohne Rest theilbar, daher kann man diesen Bruch mit 2 verkleinern, wenn man Zähler und Nenner mit 2 dividirt;

man erhält zum neuen Bruch $^{113}/_{119}$, der kleinere Zahlen hat, und dem Werthe nach dem vorigen gleich ist, indem $^{226}/_{238} = \frac{226 : 2}{238 : 2} = {}^{113}/_{119}$.

II. Beispiel:

Man verkleinere den Bruch $^{68}/_{76}$.

Zählt man 8 zum doppelten von 6, das ist, zu 12, so erhält man 20, und 20 ist durch 4 ohne Rest theilbar; zählt man ferner 6 zum doppelten von 7, das ist, zu 14, so erhält man wieder 20, welche Zahl durch 4 ohne Rest theilbar ist, da 20 : 4 = 5.

Daher kann man diesen Bruch mit 4 verkleinern, wenn man den Zähler 68, und den Nenner 76 mit 4 dividirt, da 68 : 4 = 17, und 76 : 4 = 19; man erhält zum neuen Bruche $^{17}/_{19}$, der kleinere Zahlen hat, und dem Werthe nach dem vorigen $^{68}/_{76}$ gleich ist, indem $^{68}/_{76} = \frac{68 : 4}{76 : 4} = {}^{17}/_{19}$.

III. Beispiel:

Man verkleinere die Brüche $^{60}/_{65}$ und $^{290}/_{410}$.

Weil sich der Bruch $^{60}/_{65}$ durch 5, und der Bruch $^{290}/_{410}$ durch 10 verkleinern läßt, da 60 : 5 = 12, und 65 : 5 = 13, ferner 290 : 10 = 29 und 410 : 10 = 41, so erhält man die neuen Brüche $^{12}/_{13}$ und $^{29}/_{41}$, welche dem Werthe nach den vorigen gleich sind, das ist, $^{60}/_{65} = {}^{12}/_{13}$ und $^{290}/_{410} = {}^{29}/_{41}$.

IV. Beispiel:

Man verkleinere die Brüche $^{339}/_{351}$ und $^{171}/_{369}$.

Weil sich der Bruch $^{339}/_{351}$ durch 3 verkleinern läßt, da $3 + 3 + 9 = 15$, und $15 : 3 = 5$, ferner $3 + 5 + 1 = 9$, und $9 : 3 = 3$, so erhält man, wenn man wirklich verkleinert, den neuen Bruch $^{113}/_{117}$, der dem vorigen $^{339}/_{351}$ gleich ist, da $339 : 3 = 113$, ferner $351 : 3 = 117$, und deßhalb $^{339}/_{351} = {}^{113}/_{117}$.

Weil sich der Bruch $^{171}/_{369}$ durch 9 verkleinern läßt, da $1 + 7 + 1 = 9$, und $9 : 9 = 1$, ferner $3 + 6 + 9 = 18$, und $18 : 9 = 2$, so erhält man, wenn man wirklich verkleinert, den neuen Bruch $^{19}/_{41}$, der dem vorigen $^{171}/_{369}$ dem Werthe nach gleich ist, da $171 : 9 = 19$, dann $369 : 9 = 41$, und deßhalb $^{171}/_{369} = {}^{19}/_{41}$.

Anmerkung: Ohne Veränderungen des Werthes werden Brüche durch die Verkleinerung in kleineren Zahlen ausgedrückt, welches den Vortheil giebt, daß man ihren Werth leichter erkennen, und bequemer mit ihnen rechnen kann. Auch aus der Ursache muß man bei gewissen Aufgaben die Brüche verkleineren, daß man den anfangs da gewesenen Bruch wieder erhält, der meistens in der zweiten Rechnuug beim nämlichen Werthe in größern Zahlen erscheint.

§. 85.

Die Bestimmung des größten gemeinen Maaßes des Zählers und Nenners, um jeden Bruch auf die mögliche Weise verkleinern zu können, mit beigesezten Beispielen.

Um zu finden, ob ein Bruch, und mit welcher Zahl er verkleinert werden kann, verfahre man auf folgende Art:

1) Wenn der Bruch unächt ist, so ziehe man zuerst die Ganzen heraus, damit man einen ächten Bruch erhält, wo der Zähler kleiner, als der Nenner ist;

2) Den Nenner, die größere Zahl, dividire man mit dem Zähler, der kleineren Zahl; der Zähler ist das größte gemeine Maaß, mit dem man den Bruch verkleinern kann, wenn kein Rest bleibt;

3) Bleibt aber ein Rest, so dividire man mit diesem den vorigen Divisor, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man einmal bei der Division keinen Rest mehr bekommt;

4) Derjenige Divisor, der einmal seinen Dividend ohne Rest dividirt, ist das größte gemeine Maaß, mit dem man den Bruch verkleinern kann; kömmt am Ende die Zahl 1 als das größte gemeine Maaß heraus, so ist es ein Zeichen, daß man nicht verkleinern kann.

I. Beispiel:

Man soll den Bruch $^{456}/_{551}$ verkleinern.

1) Da dieser Bruch ächt, und deßhalb der Zähler kleiner als der Nenner ist, so dividire man den Nenner 551 durch den Zähler 456, wie hier folgt:

Dividend	551	1 erster Quotient
Divisor:	456	
	456	
erster Rest	-95	

2) Den Divisor 456 dividire man mit dem Reste 95, wie hier folgt:

Dividend	456	4 zweiter Quotient
Divisor	:95	
	380	
zweiter Rest-76		

3) Den Divisor 95 dividire man mit dem Rest 76, wie hier folgt:

Dividend	95	1 dritter Quotient
Divisor	:76	
	76	
dritter Rest 19		

4) Endlich dividire man den Divisor 76 mit 19, es bleibt kein Rest, weßhalb 19 das größte gemeine Maaß zu 456 und 551 ist, das ist, mit 19 kann man den Bruch so verkleineren, daß dann keine Verkleinerung mehr möglich ist;

Dividend	76	4 vierter Quotient
Divisor	:19	
	76	
kein Rest	--	

Wenn man diese Division der Kürze wegen zusammenstellt, so steht die Auflösung so da:

551	1
: 456	
456	
-95	4
380	
76	1
76	
19	4
76	
--	

5) Jezt dividire man den Zähler 456 und den Nenner 551, man erhält als Quotienten die Zahlen 24 und 29; daher erhält man den neuen Bruch $^{24}/_{29}$, welcher dem Werthe nach dem vorigen $^{456}/_{551}$ gleich ist, weil $^{456}/_{551} = \frac{456 : 19}{551 : 19} = {}^{24}/_{29}$.

II. Beispiel:

Man untersuche, ob sich der Bruch $^{24}/_{29}$ nicht mehr verkleinern läßt.

1) Man dividire 29 mit 24,

$$\begin{array}{r|l} 29 & \\ :24 & 1 \\ 24 & \\ \hline \text{Rest} \quad -5 & \end{array}$$

2) Den Divisor 24 dividire man mit dem Reste 5,

$$\begin{array}{r|l} 24 & \\ :5 & 4 \\ 20 & \\ \hline \text{Rest} \quad -4 & \end{array}$$

3) Endlich dividire man den Divisor 5 mit dem Reste 4,

$$\begin{array}{r|l} 5 & \\ :4 & 1 \\ 4 & \\ \hline \text{Rest} \quad 1 & \end{array}$$

Weil 1 als Rest bleibt, so kann man den Bruch $^{24}/_{29}$ nicht mehr verkleinern.

III. Beispiel:

1) Auf die nämliche Weise, wie man beim I. Beispiele dieses §. das gemeine Maaß gesucht hat, suche man es auch zu dem Bruch $^{2184}/_{10080}$, man wird finden, daß es die Zahl 168 ist, weil $^{2184}/_{10080} = \frac{2184 : 168}{10080 : 168} = {}^{13}/_{60}$.

2) Zur Probe kann man untersuchen, ob sich der Bruch $^{13}/_{60}$ nicht mehr verkleinern läßt, was auch wirklich der Fall ist, weil man 1 zum größten gemeinen Maaße erhält.

Anmerkung: 1) Man kann beim schriftlichen Rechnen, bei Aufsuchung des größten gemeinen Maaßes, zur größern Deutlichkeit die Produkte ausstreichen, weil man sie nicht mehr braucht.

2) Bei den Regel-Detri-Aufgaben mit Brüchen werden mehrere Beispiele zur Uebung vorkommen, wo man Brüche verkleinern muß.

§. 86.

Die Verwandlungen ganzer Zahlen in Brüche, und der Brüche in Brüche mit einem anderen Nenner.

1) Wenn man ganze gegebene Zahlen in Brüche verwandeln will, und es ist kein bestimmter Nenner gegeben, so schreibe man die ganze Zahl als Zähler, mache das Bruchzeichen — den Querstrich ꝛc. — und schreibe darunter 1 als beliebigen Nenner; deßhalb z. B. verwandelt sich 6 in den Bruch $^{6}/_{1}$, ferner 8 in den Bruch $^{8}/_{1}$ ꝛc.

2) Wenn aber ein bestimmter Nenner gegeben ist, so multiplizire man mit diesem die ganze Zahl, schreibe das Produkt als Zähler,

und den gegebenen Nenner als Nenner des verlangten Bruches; deßhalb giebt z. B. die Zahl 8, wenn 6 als Nenner bestimmt ist, den Bruch $^{48}/_{6}$, weil $8 \times 6 = 48$, somit $8 = \frac{8 \times 6}{6} = {}^{48}/_{6}$, eben so giebt 12, wenn 4 als Nenner bestimmt ist, den Bruch $^{48}/_{4}$, weil $12 \times 4 = 48$, folglich $12 = \frac{12 \times 4}{4} = {}^{48}/_{4}$.

3) Sind Ganze den Brüchen beigefügt, und hat man somit gemischte Zahlen, so werden die Brüche eingerichtet, wenn man die Ganzen zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner macht, und dann beide Brüche zusammen zählt.

Die Einrichtung der Brüche geschieht nach der Regel:

Man multiplizire die Ganzen mit dem Nenner des angehängten Bruches, zähle dessen Zähler zum Produkte, setze diese Summe als Zähler, und den vorigen Nenner als Nenner des neuen Bruches.

Es verwandelt sich daher der gemischte Bruch $3^{1}/_{4}$ in den Bruch $^{13}/_{4}$, weil 3 Ganze 12 Viertel, und 1 Viertel dazu 13 Viertel geben; gerade so verwandelt sich $5^{1}/_{2}$ in $^{11}/_{2}$, weil 5 Ganze 10 Halbe, und diese mit 1 Halben, zusammen 11 Halbe geben; in jenem Beispiele ist $3 \times 4 + 1 = 13$, und daher $3^{1}/_{4} = {}^{13}/_{4}$, und in diesem ist $5 \times 2 + 1 = 11$, und daher $5^{1}/_{2} = {}^{11}/_{2}$.

4) Wenn man endlich Brüche in Brüche mit einem andern Nenner verwandeln soll, so mul-

tiplizirt man den Zähler des ersten Bruches mit dem neuen Nenner, dividirt das Produkt mit dem alten Nenner des Bruches, und es giebt der Quotient den neuen Zähler, unter welchen dann der gegebene Nenner geschrieben wird.

Man soll z. B. den Bruch $^2/_4$ ohne Veränderung des Werthes in einen andern Bruch, der den Nenner 32 hat, verwandeln; man multiplizire 2 mit 32, es giebt 64, dieses Produkt dividire man mit 4, man erhält 16 als neuen Zähler, und dadurch den neuen Bruch mit dem Nenner 32, das ist, $^{16}/_{32}$, welcher dem vorigen Bruche $^2/_4$ dem Werthe nach gleich ist, oder $^{16}/_{32}$ ist $= {}^2/_4$.

Wenn z. B. der Bruch $^3/_8$ in einen Bruch, der den Nenner 60 hat, zu verwandeln ist, so multiplizire man 3 mit 60, man erhält 180, dieses Produkt 180 dividire man mit 8, man erhält $22\,^4/_8$, und somit den zusammengesezten Bruch $\frac{22\,^4/_8}{60}$, oder was eines ist, $22\,^4/_8$ Sechzigerl, der so viel gilt, als $^3/_8$, indem $^3/_8 = {}^3/_8 \times {}^{60}/_{60} = \frac{180 : 8}{480 : 8} = \frac{22\,^4/_8}{60}$, das ist, $^3/_8 = \frac{22\,^4/_8}{60}$, da so Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl 60 multiplizirt werden.

§. 87.

Regeln, nach welchen Brüche in Brüche von gleichen Nennern verwandelt werden, mit beigesezten Beispielen.

Will oder kann man keine Abkürzung der

Rechnung anbringen, so verfahre man, um allen Brüchen ohne Veränderung des Werthes den nämlichen Nenner zu geben, auf folgende Weise:

1) Alle Nenner multiplizire man unter sich, das Produkt giebt den gemeinschäftlichen oder General-Nenner, den alle Brüche erhalten;

2) Um bei jedem Bruche für diesen Nenner den entsprechenden Zähler zu bekommen, dividirt man allemal den General-Nenner mit dem Nenner, und multiplizirt den Quotienten mit dem Zähler eines jeden Bruches; das erhaltene Produkt giebt jederzeit den verlangten neuen Zähler.

I. Beispiel:

Man bringe die Brüche $^1/_2$, $^2/_3$, $^4/_5$ und $^6/_7$ auf einen Nenner.

1) Alle vier Nenner multiplizire man unter sich, und sage, 2 mal 3 ist 6, dann 5 mal 6 ist 30, und 7 mal 30 ist 210, das ist, $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$; es ist das Produkt 210 der General-Nenner.

2) Man dividire diesen gemeinschaftlichen Nenner 210 allemal mit dem Nenner, und multiplizire den Quotienten mit dem Zähler, um die neuen Zähler zu erhalten.

Dieses leztere kann füglich so geschehen:

Man schreibe oben den General-Nenner 210, bilde sich durch drei abwärts gezogene Linien zwei Spalten, schreibe links herab die gegebenen Brüche, dann in die erste Spalte den jedesmaligen Quotienten, und in die zweit folgende Spalte das Produkt, welches allemal der neue Zähler ist. Rechts schreibt man dann wie-

der die ersten Brüche nebst den neuen, in die man sie verwandelt hat, wie hier folgt:

	General=Nenner 210		
$^{1}/_{2}$	105	105	also ist $^{1}/_{2} = {}^{105}/_{210}$,
$^{2}/_{3}$	70	140	= = $^{2}/_{3} = {}^{140}/_{210}$,
$^{4}/_{5}$	42	168	= = $^{4}/_{5} = {}^{168}/_{210}$, und
$^{6}/_{7}$	30	180	= = $^{6}/_{7} = {}^{180}/_{210}$.

Man sagt nämlich beim ersten Bruche $^{1}/_{2}$,

2 in 210 geht 105 mal, und 1 mal 105 ist 105, dadurch erhält man den neuen Bruch $^{105}/_{210}$, welcher so viel gilt, als $^{1}/_{2}$; beim zweiten Bruche $^{2}/_{3}$ sagt man:

3 in 210 geht 70 mal, und 2 mal 70 ist 140, dadurch erhält man den neuen Bruch $^{140}/_{210}$, welcher so viel gilt, als $^{2}/_{3}$; beim dritten Bruche $^{4}/_{5}$ sagt man:

5 in 210 geht 42 mal, und 4 mal 42 ist 168, dadurch erhält man den neuen Bruch $^{168}/_{210}$, welcher so viel gilt, als $^{4}/_{5}$; endlich beim vierten Bruche $^{6}/_{7}$ sagt man:

7 in 210 geht 30 mal, und 6 mal 30 ist 180, dadurch erhält man den neuen Bruch $^{180}/_{210}$, welcher so viel gilt, als der Bruch $^{6}/_{7}$, weil man auf diese Weise beim ersten Bruch Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl 105, beim zweiten mit 70, beim dritten mit 42, und beim vierten mit 30 multiplizirt hat, wodurch der Werth der Brüche nicht verändert wird.

II. Beispiel:

Man bringe die Brüche 2/3, 4/5, 3/7, 8/11 und 12/13 unter gleichen Nenner.

1) Man multiplizire alle Nenner unter sich, und sage, 3 mal 5 ist 15, dann 7 mal 15 ist 105, ferner 11 mal 105 ist 1155, und 13 mal 1155 ist 15015; das erhaltene Produkt 15015 ist der General=Nenner;

2) Mit dem Nenner eines jeden Bruches dividire man den General=Nenner, und multiplizire allemal den Quotienten mit den Zählern der Brüche, um die neuen Zähler zu erhalten, auf die nämliche Weise, wie man es eben beim I. Beispiele machte:

	General=Nenner 15015		
2/3	5005	10010	also ist 2/3 = 10010/15015
4/5	3003	12012	= = 4/5 = 12012/15015
3/7	2145	6435	= = 3/7 = 6435/15015
8/11	1365	10920	= = 8/11 = 10920/15015
12/13	1155	13860	= = 12/13 = 13860/15015

Anmerkung: Da diese Verfahrungsweise beim vorigen Beispiele ausführlich gezeigt wurde, so durfte sie hier schon kürzer dargestellt werden.

§. 88.

Regeln in Betreff der nämlichen Aufgabe mit Abkürzungen, mit beigesezten Beispielen.

Man könnte nach der im vorigen §. gegebenen Anweisung den Brüchen allemal gleiche Nenner geben.

Wenn man aber eine Zahl weiß oder ausfindig machen kann, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist, so läßt sich die Verrichtung des vorigen §. in vielen Fällen abkürzen, wobei man dann auf folgende Weise verfahren muß:

1) Weiß man zum Voraus schon eine Zahl, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist, so nimmt man diese Zahl als General-Nenner an, und verfährt dann wie im vorigen §., um die neuen Zähler zu finden.

2) Ist der größte Nenner durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar, so nimmt man diesen als General-Nenner an, und verfährt dann bei der Bestimmung der Zähler auf die nämliche Art.

3) Trifft endlich keiner dieser zwei Fälle ein, so verfahre man auf nachstehende Art, um die möglichst kleinste Zahl zu finden, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist:

a) Man suche zu den Nennern ein gemeines Maaß, das ist, eine Zahl, die mehrere Nenner, wenigstens zwei, ohne Rest dividirt;

b) Man dividire wirklich, schreibe die Quotienten herunter, und auch diejenigen Nenner unverändert, die sich nicht ohne Rest theilen lassen.

c) Bei den dadurch erhaltenen Zahlen verfahre man eben so, und dividire so lange

durch ein gemeines Maaß, bis man zulezt relative Primzahlen erhält, für die es kein gemeines Maaß mehr giebt;

d) Die zulezt erhaltenen Zahlen, und alle gebrauchte Maaße oder Divisoren multiplizire man mit einander, es giebt das Produkt den verlangten General-Nenner, zu dem man auf die im vorigen §. angezeigte Weise die neuen Zähler sucht.

I. Beispiel:

Man gebe den Brüchen $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_6$, und $^3/_8$ gleiche Nenner.

Man sieht gleich zum Voraus, daß 24 oder 48 ꝛc. die Zahl ist, die man durch alle Nenner ohne Rest theilen kann, man nehme also 48, oder, was besser ist, die kleinere Zahl 24 als General-Nenner, und verfahre zur Bestimmung der neuen Zähler auf die angezeigte Weise:

	General-Nenner 24		
$^1/_2$	12	12	also ist $^1/_2 = ^{12}/_{24}$,
$^2/_3$	8	16	= = $^2/_3 = ^{16}/_{24}$,
$^3/_4$	6	18	= = $^3/_4 = ^{18}/_{24}$,
$^5/_6$	4	20	= = $^5/_6 = ^{20}/_{24}$,
$^3/_8$	3	9	= = $^3/_8 = ^9/_{24}$,

In diesem Falle kann man auch dadurch die neuen Zähler geschwind finden, daß man gleich

im Kopfe dividirt und multiplizirt; der Deutlichkeit wegen wird hier in die Mitte oben der General-Nenner, und dann allemal zu den Brüchen der Quotient hingeschrieben, mit dem man jederzeit den Zähler multipliziren muß, wie hier folgt:

General-Nenner 24,

Quotienten	12	8	6	4	3
gegeb. Brüche	$^1/_2$,	$^2/_3$,	$^3/_4$,	$^5/_6$,	$^3/_8$,
neue Brüche	$^{12}/_{24}$,	$^{16}/_{24}$,	$^{18}/_{24}$,	$^{20}/_{24}$,	$^9/_{24}$.

II. Beispiel:

Man bringe die Brüche $^1/_2$, $^2/_4$, $^5/_8$, $^7/_{16}$, $^{19}/_{32}$ und $^{17}/_{64}$ auf gleiche Nenner.

Hier ist der größte Nenner 64 durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar, deßwegen nehme man 64 als General-Nenner an, und suche die neuen Zähler wie hier folgt:

	General-Nenner 64		
$^1/_2$	32	32	also ist $^1/_2 = {^{32}/_{64}}$,
$^2/_4$	16	32	= = $^2/_4 = {^{32}/_{64}}$,
$^5/_8$	8	40	= = $^5/_8 = {^{40}/_{64}}$,
$^7/_{16}$	4	28	= = $^7/_{16} = {^{28}/_{64}}$,
$^{19}/_{32}$	2	38	= = $^{19}/_{32} = {^{38}/_{64}}$, und
$^{17}/_{64}$	1	17	= = $^{17}/_{64} = {^{17}/_{64}}$.

Bei solchen Fällen bleibt der Bruch unver-

ändert, der den größten Nenner hat; kurz kann man es, wie vorhin, auch so machen:

General = Nenner 64.

Quotienten	32	16	8	4	2	1
gegeb. Brüche	$^1/_2$,	$^2/_4$,	$^5/_8$,	$^7/_{16}$,	$^{19}/_{32}$,	$^{17}/_{64}$,
neue Brüche	$^{32}/_{64}$,	$^{32}/_{64}$,	$^{40}/_{64}$,	$^{28}/_{64}$,	$^{38}/_{64}$,	$^{17}/_{64}$.

III. Beispiel:

Man gebe den Brüchen $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_8$, $^7/_{10}$, $^9/_{12}$, $^7/_{16}$ und $^{11}/_{20}$ gleiche Nenner.

1) Man suche zu den Nennern ein gemeines Maaß, das ist, eine Zahl, die mehrere davon, wenigstens zwei, ohne Rest theilt; man kann die Zahl 2 nehmen; damit dividire man alle Nenner, und schreibe die Quotienten nebst jenen Zahlen herab, die sich nicht ohne Rest theilen lassen; die Zahl 1 schreibe man aber nicht als Quotienten herab, wie hier, ausgenommen zulezt:

Die Nenner:

2 | 2, 3, 4, 8, 10, 12, 16, 20,
1, 3, 2, 4, 5, 6, 8, 10, oder
3, 2, 4, 5, 6, 8, 10;

2) Man wähle wieder ein gemeines Maaß, etwa 3, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

3 | 3, 2, 4, 5, 6, 8, 10,
1, 2, 4, 5, 2, 8, 10, oder
2, 4, 5, 2, 8, 10;

3) Man wähle ein gemeines Maaß, etwa wieder 2, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

2	2, 4, 5, 2, 8, 10,
	2, 5, 4, 5;

4) Man wähle wieder ein gemeines Maaß, etwa 5, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

5	2, 5, 4, 5,
	2, 4;

5) Endlich wähle man nochmal 2 als gemeines Maaß, und dividire, wie vorhin, das leztemal kann man 1 als Quotient schreiben:

2	2, 4,
	1, 2;

Schreibt man diese Zahlen zusammen, so erhält man nachstehende Uebersicht der vorgenommenen Divisionen:

2	2, 3, 4, 8, 10, 12, 16, 20,
3	3, 2, 4, 5, 6, 8, 10,
2	2, 4, 5, 2, 8, 10,
5	2, 5, 4, 5,
2	2, 4,
	1, 2;

6) Die zulezt erhaltenen Zahlen 1 und 2, und die gebrauchten Maaße oder Divisoren 2,

5, 2, 3 und 2 multiplizire man mit einander, indem man sagt, 1 mal 2 ist 2, zweimal 2 ist 4, viermal 5 ist 20, zweimal 20 ist 40, dreimal 40 ist 120, und 2 mal 120 ist 240; das erhaltene Produkt 240 ist der General-Nenner, den man mit allen Nennern der Brüche ohne Rest dividiren kann.

7) Auf die in den vorausgehenden §. §. gezeigte Weise suche man jezt zum General-Nenner die neuen Zähler, wie hier folgt:

	240		
1/2	120	120	also ist 1/2 = 120/240,
2/3	80	160	= = 2/3 = 160/240,
3/4	60	180	= = 3/4 = 180/240,
5/8	30	150	= = 5/8 = 150/240,
7/10	24	168	= = 7/10 = 168/240,
9/12	20	180	= = 9/12 = 180/240,
7/16	15	105	= = 7/16 = 105/240, und
11/20	12	132	= = 11/20 = 132/240.

Oder auch so: General-Nenner 240,

Quotienten 120, 80, 60, 30, 24, 20, 15, 12,

gegebene Brüche 1/2, 2/3, 3/4, 5/8, 7/10, 9/12, 7/16, 11/20,

neue Brüche 120/240, 160/240, 180/240, 150/240, 168/240, 180/240, 105/240, 132/240.

Anmerkung: In vielen Fällen kann man die Auflösung so bewerkstelligen, wie das vorstehende

dritte Beispiel aufgelößt wurde, und besonders wenn mehreren Brüchen ohne Veränderung des Werthes ein gleicher Nenner gegeben ist, damit man sie, wie man in der Folge sehen wird, addiren kann.

II. Abschnitt.

Die vier Spezies oder Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

§. 89.

Regeln der Addition der Brüche, mit beigesezten Beispielen.

1) Haben die Brüche gleiche Nenner, so addire man nur die Zähler zusammen, und setze den Nenner unverändert unter die Summe;

2) Haben die Brüche keine gleiche Nenner, so gebe man ihnen auf die im vorigen Abschnitte gezeigte Weise gleiche Nenner, ohne daß der Werth der Brüche verändert wird.

3) Wenn die Summe ein unächter Bruch ist, wo der Zähler so groß oder größer als der Nenner ist, so ziehe man die Ganzen heraus, indem man den Zähler mit dem Nenner dividirt; bleibt ein Rest, so setze man diesen mit dem vorigen Nenner bruchartig den gefundenen Ganzen (Einheiten) bei;

4) Wenn endlich den Brüchen Ganze beigefügt sind, so addire man zuerst die Brüche;

bekömmt man dadurch einige Ganze, so zähle man sie zu den Ganzen, und bringe dann diese leztere in eine Summe.

I. Beispiel:

Man addire $^2/_6$, $^3/_6$, $^4/_6$ und $^5/_6$.

Da diese Brüche schon gleiche Nenner haben, so addire man alle Zähler, es ist $2 + 3 + 4 + 5 = 14$, das heißt, alle Zähler geben 14, und daher ist die verlangte Summe der Bruch $^{14}/_6$, welcher $2\,^2/_6 = 2\,^1/_3$ beträgt, wenn man nämlich die Ganzen herauszieht, und nachher den noch bleibenden Bruch mit 2 verkleinert, das heißt:

$$^2/_6 + {}^3/_6 + {}^4/_6 + {}^5/_6 = 2\,^2/_6 = 2\,^1/_3$$

II. Beispiel:

Jemand verliert im Spiele $^1/_2$ fl., $^2/_3$ fl., $^3/_4$ fl., $^5/_6$ fl., und $^3/_8$ fl., — wie groß ist der ganze Verlust?

1) Man gebe diesen Brüchen zuerst gleiche Nenner, wie es im I. Beispiele des vorigen §. geschehen ist, man erhält die Brüche $^{12}/_{24} + {}^{16}/_{24} + {}^{18}/_{24} + {}^{20}/_{24} + {}^9/_{24}$ statt $^1/_2 + {}^2/_3 + {}^3/_4 + {}^5/_6 + {}^3/_8$;

2) Man bringe die Zähler dieser Brüche in eine Summe, man findet, daß $12 + 16 + 18 + 20 + 9 = 75$;

3) Diese Summe schreibt man als Zähler, und den General-Nenner darunter als Nenner, man erhält den Bruch $^{75}/_{24}$ als die verlangte Summe;

4) Bei diesem unächten Bruche ziehe man

die Ganzen heraus, indem 75 mit 24 dividirt wird, wie hier folgt:

75	
: 24	3 Ganze, und $^3/_{24}$ oder $^1/_8$.
72	

Rest - 3

Es beträgt also die verlangte Summe 3 $^3/_{24}$ fl. oder 3 $^1/_8$ fl., weil man den Bruch $^3/_{24}$ mit 3 verkleineren kann, das ist, $^1/_2$ fl. + $^2/_3$ fl. + $^3/_4$ fl. + $^5/_6$ fl. + $^3/_8$ fl. = $^{12}/_{24}$ fl. + $^{16}/_{24}$ fl. + $^{18}/_{24}$ fl. + $^{20}/_{24}$ fl. + $^9/_{24}$ fl. = $^{75}/_{24}$ fl. = 3 $^3/_{24}$ fl. = 3 $^1/_8$ fl., oder $^1/_2$ fl. + $^2/_3$ fl. + $^3/_4$ fl. + $^5/_6$ fl. + $^3/_8$ fl. = 3 $^1/_8$ fl.

Wenn man nach der im §. 88. angezeigten Weise die Brüche auf gleiche Nenner bringt, so hat man den Vortheil, daß man in der lezten Spalte rechts alle Zähler des General-Nenners unter einander zu stehen bekommt, die man dann bequem zusammenzählen kann; auch ist es nicht nothwendig, daß man allemal, wie es da zur rechten Seite geschieht, die alten Brüche den neuen gleich schreibt, daher kann man kurz diese Brüche so addiren:

	General-Nenner 24	
$^1/_2$	12	12
$^2/_3$	8	16
$^3/_4$	6	18
$^5/_6$	4	20
$^3/_8$	3	9
Zählers.	=	75

Theilung des Zählers 75 durch den Nenner 24,

75	
: 24	3 $^3/_{24}$ fl. = 3 $^1/_8$ fl.
72	

Rest - 3, weßhalb 3 $^1/_8$ fl. die verlangte Summe, oder der ganze Verlust ist.

III. Beispiel:

Man addire die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{7}{16}$, und $\frac{11}{20}$.

Man bringe, wie es im §. 88. beim III. Beispiele geschehen ist, diese Brüche unter gleiche Nenner, zähle dann in der letzten Spalte alle Zähler der neuen Brüche zusammen, und dividire ihre Summe mit dem General-Nenner, um auch die Ganzen zu bestimmen, wie hier folgt:

	General-Nenner 240	
$\frac{1}{2}$	120	120
$\frac{2}{3}$	80	160
$\frac{3}{4}$	60	180
$\frac{5}{8}$	30	150
$\frac{7}{10}$	24	168
$\frac{9}{12}$	20	180
$\frac{7}{16}$	15	105
$\frac{11}{20}$	12	132

Zählers. = 1195

Theilung des Zählers:

1195
: 240 | $4 \frac{235}{240} = 4 \frac{47}{48}$.
960

Rest 235

Die ganze Summe dieser Brüche beträgt also $4 \frac{235}{240}$ oder $4 \frac{47}{48}$, weil man den Bruch $\frac{235}{240}$ mit 5 verkleinern kann.

Das ist, $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{10} + \frac{9}{12} + \frac{7}{16} + \frac{11}{20} = 4 \frac{235}{240} = 4 \frac{47}{48}$.

IV. Beispiel:

Jemand giebt $12 \frac{3}{5}$ fl., ferner $22 \frac{3}{4}$ fl. und $36 \frac{2}{3}$ fl. aus, — was beträgt die ganze Ausgabe?

Man schreibe diese drei Summanden oder Posten unter einander, und zähle zuerst die Brüche zusammen; ihr General-Nenner ist 60, 5 mal 4 ist nämlich 20, und 3 mal 20 ist 60, oder das Produkt aller drei Nenner ist $5 \times 4 \times 3 = 60$;

Ganze aus den Brüchen
+2
12 3/5 fl.
22 3/4 =
36 2/3 =
72 1/60 fl.

	60	
3/5	12	36
3/4	15	45
2/3	20	40

Zählers. = 121

Addition der Brüche.
Ihre Sum̃e ist = 121/60 fl. = 2 1/60 fl. = 2 fl. 1 kr.

121 : 60	2 1/60 fl. = 2 fl. 1 kr.
120	
Rest -- 1	

Daher ist 12 3/5 fl. + 22 3/4 fl. + 36 2/3 fl. = 72 1/60 fl.

§. 90.

Regeln der Subtraktion der Brüche, mit beigesezten Beispielen.

1) Haben die Brüche keine gleiche Nenner, so gebe man ihnen allererst ohne Veränderung ihres Werthes, wie bei der Addition, gleiche Nenner;

2) Sobald sie gleiche Nenner haben, ziehe man den Zähler des Subtrahends vom Zähler

des Minuends ab, und schreibe den Rest als Zähler, den General-Nenner aber als Nenner des neuen Bruches, der den verlangten Rest der beiden Brüche anzeigt;

3) Soll man gemischte Zahlen subtrahiren, so subtrahire man zuerst auf diese Weise die Brüche von einander; und dann die Ganzen: kann man dann die Brüche nicht abziehen, so entlehne man beim Minuend ein Ganzes, mache es zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner, und nehme dann die Subtraktion vor;

4) Besteht der Minuend und der Subtrahend aus mehreren Theilen, so bringe man zuerst die Theile des Minuends in eine Summe, und dann die Theile des Subtrahends, und nehme dann die Subtraktion vor;

5) Sobald die Brüche gleiche Nenner haben, erkennt man, daß jener Bruch der größere ist, der den größern Zähler hat, und daraus kann man dann ermessen, ob man bei gemischten Brüchen einen Bruch von einem andern abziehen kann.

I. Beispiel:

Man subtrahire $^2/_5$ von $^3/_5$.

Diese Brüche haben schon gleiche Nenner, daher sagt man, 2 von 3 bleibt 1, man erhält also $^1/_5$ als den verlangten Rest, das ist, wenn man durch das Zeichen (—) die Subtraktion anzeigt,

Minuend	$^3/_5$	oder $^3/_5 - ^2/_5 = ^1/_5$
Subtrahend	$^2/_5$	
Rest	$^1/_5$.	

II. Beispiel:

Man subtrahire $^3/_4$ von $^5/_6$.

Weil diese Brüche verschiedene Nenner haben, so gebe man ihnen allererst gleiche Nenner; 4 mal 6 giebt 24, es ist also 24 der General-Nenner, oder 12, weil auch 12 durch 6 und 4 ohne Rest theilbar ist; man suche dazu die neuen Zähler, und subtrahire diese, wie hier folgt:

	24	
$^5/_6$	4	20
$^3/_4$	6	18

oder

	12	
$^5/_6$	2	10
$^3/_4$	3	9

Zählerr. = 2, also $^2/_{24}$ als Rest der Brüche. Zählerr. = 1, also $^1/_{12}$ als Rest der Brüche.

Das ist,

Min. $^5/_6 = {}^{20}/_{24} = {}^{10}/_{12}$,
Sub. $^3/_4 = {}^{18}/_{24} = {}^9/_{12}$,
Rest $= {}^2/_{24} = {}^1/_{12}$,

oder $^5/_6 - {}^3/_4$
$= {}^{20}/_{24} - {}^{18}/_{24}$
$= {}^2/_{24} = {}^1/_{12}$.

III. Beispiel:

Es schuldet Jemand 476 $^5/_8$ fl., und zahlt daran 218 $^1/_2$ fl., — was bleibt noch im Rückstande?

Zuerst subtrahire man die Brüche von einander, man kann für sie 8 als General-Nenner annehmen, weil 8 durch 2 ohne Rest theilbar ist:

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{8}$$
$$-\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

Rest der Brüche = $^1/_8$.

Man subtrahire jezt auch die Ganzen von einander, ihr Rest ist 258; deßwegen besteht der Rückstand noch aus 258 $^1/_8$ fl., wie hier ersichtlich ist:

Minuend 476 $^5/_8$ fl.
Subtrahend 218 $^1/_2$ fl.

Rest = 258 $^1/_8$ fl.

Das ist 476 $^5/_8$ fl. — 218 $^1/_2$ fl. = 258 $^1/_8$ fl.

IV. Beispiel:

Es hat Jemand 18 $^1/_2$ Schäffel Getraid zu liefern, wovon aber nur 12 $^5/_6$ Schäffel geliefert werden, — wie viel bleibt noch im Reste?

1) Zur Subtraktion der beiden Brüche bringe man zuerst diese auf einen gleichen Nenner, als solchen kann man 6 annehmen, da 6 durch 2 ohne Rest theilbar ist, wie hier folgt:

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{6}$$
$$= \frac{3}{6} - \frac{5}{6};$$

2) Man kann $^5/_6$ von $^3/_6$ nicht abziehen, deßhalb entlehne man von 18 ein Ganzes, dieses hat 6 Sechstel, und 3 Sechstel geben 9 Sechstel, davon $^5/_6$ abgezogen, geben als Rest 4 Sechstel, das ist $^4/_6$, oder $^2/_3$, weil man den Bruch $^4/_6$ mit 2 verkleinern kann, das ist,

$$1\frac{3}{6} - \frac{5}{6} = \frac{9}{6} - \frac{5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

3) Zieht man endlich die 12 ganzen Schäffel von den jezt noch übrigen 17 ab, so erhält man 5; es sind also noch $5\,{}^2/_3$ Schäffel abzugeben, das ist,

$18\,{}^1/_2$ Sch. — $12\,{}^5/_6$ Sch. = $5\,{}^2/_3$ Schäffel.

V. Beispiel:

Jemand nimmt $206\,{}^1/_2$ fl., ferner $405\,{}^2/_3$ fl., dann $38\,{}^3/_4$ fl. und $105\,{}^4/_5$ fl. ein, und giebt $86\,{}^1/_3$ fl., ferner $124\,{}^1/_5$ fl., dann $24\,{}^3/_8$ fl. und $12\,{}^7/_{10}$ fl. aus, — wie viel bleibt von der Einnahme übrig?

1) Zuerst bringe man alle vier Einnahmen als die Theile des Minuends in eine Summe:

+2
$206\,{}^1/_2$ fl.
$405\,{}^2/_3$ =
$38\,{}^3/_4$ =
$105\,{}^4/_5$ =

$756\,{}^{43}/_{60}$ fl. die ganze Einnahme

	60	
$^1/_2$	30	30
$^2/_3$	20	40
$^3/_4$	15	45
$^4/_5$	12	48

Zählersumme = 163

163 : 60 | $2\,{}^{43}/_{60}$ fl.
120

Rest, -43

2) Man bringe alle vier Ausgaben als die Theile des Subtrahends in eine Summe:

$$\begin{array}{l} +1 \\ 86\ ^1/_3\ \text{fl.} \\ 124\ ^1/_5\ \text{=} \\ 24\ ^3/_8\ \text{=} \\ 12\ ^7/_{10}\ \text{=} \\ \hline 247\ ^{73}/_{120}\ \text{fl.} \end{array}$$

247 $^{73}/_{120}$ fl., die ganze Ausgabe.

	240	
$^1/_3$	80	80
$^1/_5$	48	48
$^3/_8$	30	90
$^7/_{10}$	24	168

Zählersumme = 386

$$\begin{array}{r|l} 386 & \\ :240 & 1\ ^{146}/_{240} = 1\ ^{73}/_{120} \\ 240 & \\ \hline 146 & \end{array}$$

3) Man subtrahire jezt die ganze Ausgabe 247 $^{73}/_{120}$ fl. von der ganzen Einnahme 756 $^{43}/_{60}$ fl., weil diese grösser als jene ist:

Einnahme.	756 $^{43}/_{60}$ fl.	$^{43}/_{60} - ^{73}/_{120} =$
Ausgabe	247 $^{73}/_{120}$ fl.	$^{86}/_{120} - ^{73}/_{120}$
Rest . =	509 $^{13}/_{120}$ fl.	$= ^{13}/_{120}$

Von der Einnahme bleiben also noch übrig 509 $^{13}/_{120}$ fl.

§. 91.

Regeln der Multiplikation der Brüche, mit beigesezten Beispielen.

1) Hat man bloße oder ungemischte Brüche mit einander zu multipliziren, so multiplizire man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner, seze das erste Produkt als Zähler, und das zweite als Nenner des neuen Bruches;

2) Wenn man Brüche mit einer ganzen Zahl

multipliziren soll, so kann man entweder nach der schon angegebenen Regel mit der ganzen Zahl den Zähler multipliziren oder den Nenner dividiren, oder man kann die Ganzen zu einem Bruche machen, die Zahl 1 als Nenner darunter schreiben, und dann auf die vorige Weise verfahren;

3) Soll man eine ganze Zahl mit einem Bruche multipliziren, so mache man jene auf die nämliche Art zu einem Bruche, und verfahre dann wie vorhin;

4) Sind gemischte Brüche mit einander zu multipliziren, so richte man diese vorhin ein, indem man die Ganzen auch zu einem Bruche macht, und verfahre dann auf die angezeigte Art;

5) Wenn endlich mehr als zwei Brüche, oder auch mehrere Brüche und ganze Zahlen mit einander zu multipliziren sind, so mache man die ganzen Zahlen mittels des Nenners 1 zu Brüchen, richte die gemischten Brüche ein, und multiplizire dann alle Zähler, und eben so alle Nenner unter sich.

I. Beispiel:

Man multiplizire $^3/_4$ mit $^7/_8$.

Man sage 3 mal 7 ist 21, und 4 mal 8 ist 32, man schreibe 21 als Zähler, und 32 als Nenner des neuen Bruches $^{21}/_{32}$, der das verlangte Produkt ist, das ist,

$$^3/_4 \times {}^7/_8 = \frac{3 \times 7}{4 \times 8} = {}^{21}/_{32}.$$

II. Beispiel:

Man multiplizire $^4/_5$ mit 6, und 8 mit $^2/_3$.

1) Statt 6 schreibe man $^6/_1$, und sage, 4 mal 6 ist 24, und 1 mal 5 ist 5, daher ist $^{24}/_5$, oder $4\,^4/_5$ das verlangte erste Produkt, da $^4/_5 \times 6 = {}^4/_5 \times {}^6/_1 = {}^{24}/_5 = 4\,^4/_5$.

2) Statt 8 schreibe man $^8/_1$, und sage, 8 mal 2 ist 16, und 1 mal 3 ist 3, daher ist $^{16}/_3$ oder $5\,^1/_3$ das verlangte zweite Produkt, da $8 \times {}^2/_3 = {}^8/_1 \times {}^2/_3 = {}^{16}/_3 = 5\,^1/_3$

III. Beispiel:

Man multiplizire $5\,^2/_3$ mit $4\,^1/_2$.

1) Man richte die Brüche zuerst ein, und sage 5 mal 3 ist 15, und dazu 2 ist 17, das ist, $5\,^2/_3$ geben $^{17}/_3$, oder $5\,^2/_3 = {}^{17}/_3$, ferner, 4 mal 2 ist 8, und 1 ist 9, das ist, $4\,^1/_2$ geben $^9/_2$, oder $4\,^1/_2 = {}^9/_2$;

2) Die beiden erhaltenen Brüche $^{17}/_3$ und $^9/_2$ multiplizire man mit einander, indem man 17 mit 9, und dann 3 mit 2 multiplizirt; das erste Produkt, oder 17×9, giebt 153, und das zweite, oder 3×2, giebt 6, weßhalb man $^{153}/_6$, oder $25\,^3/_6 = 25\,^1/_2$ zum verlangten Produkte der beiden gegebenen Brüche $5\,^2/_3$ und $4\,^1/_2$ erhält; das ist,

$5\,^2/_3 \times 4\,^1/_2 = {}^{17}/_3 \times {}^9/_2 = {}^{153}/_6 = 25\,^3/_6 = 25\,^1/_2$, mithin ist $5\,^2/_3 \times 4\,^1/_2 = 25\,^1/_2$.

IV. Beispiel:

Man multiplizire die Brüche $^2/_3$ dann $^4/_5$ und $^6/_7$ mit einander.

1) Man könnte den ersten Bruch $^2/_3$ mit $^4/_5$, und das erhaltene Produkt mit $^6/_7$ multipliziren; man multiplizire dagegen alle drei Zähler 2, dann 4 und 6 mit einander, und sage, 2 mal 4 ist 8, und 8 mal 6 ist 48, das ist, $2 \times 4 \times 6 = 48$.

2) Ferner multiplizire man die drei Nenner 3, dann 5 und 7 mit einander, und sage, 3 mal 5 ist 15, und 7 mal 15 ist 105, das ist, $3 \times 5 \times 7 = 105$.

3) Das erste Produkt 48 setze man als Zähler, und das zweite Produkt 105 als Nenner des neuen Bruches $^{48}/_{105}$, oder, weil man mit 3 verkleinern kann, $^{16}/_{35}$, welcher das verlangte Produkt der drei gegebenen Brüche ist, das heißt,

$$^2/_3 \times {}^4/_5 \times {}^6/_7 = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7} = {}^{48}/_{105} = {}^{16}/_{35}.$$

V. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen $^2/_3$, dann 6, ferner $4\,^5/_9$, und $^7/_8$ mit einander.

1) Man mache die ganze Zahl 6 zu einem Bruche, und richte den gemischten Bruch $4\,^5/_9$ ein, indem man $^6/_1$ statt 6, und $^{41}/_9$ statt $4\,^5/_9$ schreibt;

2) Man multiplizire jezt, wie vorhin, die vier Brüche $^2/_3$, dann $^6/_1$, ferner $^{41}/_9$ und $^7/_8$ mit einander, man findet als Produkt aller Zähler die Zahl 3444, und als das Produkt aller Nenner die Zahl 216, deßwegen ist $^{3444}/_{216}$, oder $15\,^{204}/_{216} = 15\,^{51}/_{54}$ das verlangte Produkt der vier gegebenen Zahlen, indem sich der

Bruch $^{204}/_{216}$ mit 4 verkleinern läßt; das heißt, wenn man auch den Punkt (.) wie auch das Kreuz ($\times$) als Multiplikationszeichen gebraucht, $^2/_3 \times 6 \times 4\ ^5/_9 \times ^7/_8 = ^2/_3 \times ^6/_1 \times ^{41}/_9 \times ^7/_8$

$$= \frac{2.6.41.7}{3.1.9.8} = ^{3444}/_{216} = 15\ ^{204}/_{216} = 15\ ^{51}/_{54}.$$

§. 92.

Regeln der Division der Brüche, mit beigesezten Beispielen.

1) Hat man bloße Brüche mit einander zu dividiren, so multiplizire man den Zähler des Dividends mit dem Nenner des Divisors, und den Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividends, und setze das erste Produkt als Zähler, und das zweite als Nenner des neuen Bruches, welcher der verlangte Quotient ist;

2) Wenn man einen Bruch mit einer ganzen Zahl dividiren soll, so verfahre man entweder auf die schon angezeigte Art, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl dividirt, oder den Nenner damit multiplizirt, oder man mache mittels der Zahl 1 die ganze Zahl zu einem Bruche, und verfahre auf die vorige Weise;

3) Soll man eine ganze Zahl mit einem Bruche dividiren, so mache man jene zu einem Bruche, indem man darunter das Bruchzeichen und 1 als Nenner schreibt, und dann verfahre man auf die bei Ziffer 1 angezeigte Art;

4) Wenn man endlich gemischte Brüche mit einander dividiren soll, so richte man die Brüche

zuerst ein, indem man auch die Ganzen zu Brüchen macht, und dann verfahre man nach der bei Ziffer 1 angegebenen Regel.

I. Beispiel:

Man dividire $^2/_5$ mit $^3/_4$.

Man multiplizire 2 mit 4, und 3 mit 5, sage also, 2 mal 4 ist 8, und 3 mal 5 ist 15, man schreibe 8 als Zähler und 15 als Nenner, man erhält den Bruch $^8/_{15}$, welcher der verlangte Quotient ist; das ist,

$$^2/_5 : {}^3/_4 = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = {}^8/_{15}, \text{ mithin } {}^2/_5 : {}^3/_4 = {}^8/_{15}.$$

Wenn man also $^2/_5$ mit $^3/_4$ dividirt, so erhält man den Bruch $^8/_{15}$ als den verlangten Quotienten.

II. Beispiel:

Man dividire $^4/_5$ mit 2.

Nach der schon früherhin angegebenen Regel kann man den Zähler 4 mit 2 dividiren, oder dagegen den Nenner 5 mit 2 multipliziren; im ersten Falle erhält man $^2/_5$, im zweiten $^4/_{10}$, was eben so viel gilt, indem $^4/_5 : 2 = \frac{4 : 2}{5}$ $= {}^2/_5$, und auch $^4/_5 : 2 = \frac{4}{5 \cdot 2} = {}^4/_{10} = {}^2/_5$.

Man kann aber auch die ganze Zahl 2 mittels der Zahl 1 zu einem Bruche machen, und dann auf die vorige Weise verfahren, wie hier folgt:

$$^4/_5 : 2 = {}^4/_5 : {}^2/_1 = {}^4/_{10} = {}^2/_5.$$

Wenn man also $^4/_5$ mit 2 dividirt, so erhält man $^2/_5$ als Quotienten.

III. Beispiel:

Man dividire 8 mit $^3/_5$.

Man mache mit 1 die ganze Zahl 8 zu einem Bruche, schreibe $^8/_1$ statt 8, und verfahre dann nach der bekannten Regel, wie hier folgt:

$$8 : {}^3/_5 = {}^8/_1 : {}^3/_5 = {}^{40}/_3 = 13\,{}^1/_3,$$

Wenn man also 8 mit $^3/_5$ dividirt, so erhält man 13 $^1/_3$ als Quotienten.

IV. Beispiel:

Man dividire 4 $^2/_5$ durch 6 $^1/_2$.

Man richte zuerst die Brüche ein, indem man die Ganz'en auch zu Brüche macht, und sage, 4 mal 5 ist 20 und 2 ist 22, es geben demnach 4 $^2/_5$ den unächten Bruch $^{22}/_5$, und 6 $^1/_2$ geben $^{13}/_2$, da 6 Ganze 12 Halbe enthalten.

Sind die Brüche eingerichtet, so verfahre man auf die vorige Weise:

$$4\,{}^2/_5 : 6\,{}^1/_2 = {}^{22}/_5 : {}^{13}/_2 = {}^{44}/_{65}.$$

Wenn man also 4 $^2/_5$ mit 6 $^1/_2$ dividirt, so erhält man $^{44}/_{65}$ als Quotienten.

Anmerkung: Von einigen wird bei der Division der Brüche auch die Regel gegeben, daß man den Dividend mit dem umgekehrten Divisor multipliziren soll; verfährt man aber nach der gleich anfangs aufgestellten Regel, so braucht man das Umkehren der Brüche nicht. Würde man nach jener Regel $^2/_5$ mit $^3/_4$ dividiren, so würde man $^2/_5$ mit $^4/_3$ multipliziren, und dadurch bekäme man $^8/_{15}$ zum verlangten Quotienten, das ist, $^2/_5 : {}^3/_4 = {}^2/_5 \times {}^4/_3 = {}^8/_{15}$.

§. 93.

Verwandlung der zusammengesezten oder gebrochenen Brüche in einfache, mit beigesezten Beispielen.

Die zusammengesezten oder gebrochenen Brüche werden dadurch in einfache Brüche verwandelt, daß man den Zähler wirklich mit dem Nenner dividirt, damit man sie bequemer schreiben und verstehen kann.

I. Beispiel:

Man verwandle den zusammengesezten Bruch $\frac{1/2}{4}$ in einen einfachen Bruch.

Man dividire den Zähler $1/2$ mit dem Nenner 4, man erhält $1/8$, da $1/2 : 4 = 1/8$, und deßhalb $\frac{1/2}{4} = 1/8$.

II. Beispiel:

Man verwandle den Bruch $\frac{2/3}{3/4}$ in einen einfachen Bruch.

Man dividire den Zähler $2/3$ mit dem Nenner $3/4$, man erhält $8/9$, indem $2/3 : 3/4 = 8/9$, und deßhalb $\frac{2/3}{3/4} = 8/9$.

III. Beispiel:

Man verwandle den Bruch $\frac{6\ 2/5}{8\ 3/4}$ in einen einfachen Bruch.

Man richte zuerst beide Brüche ein, und setze $^{32}/_5$ statt $6\ ^2/_5$, und $^{35}/_4$ statt $8\ ^3/_4$; dividire dann $^{32}/_5$ mit $^{35}/_4$, man erhält $^{128}/_{175}$, indem $^{32}/_5 : {}^{35}/_4 = {}^{128}/_{175}$, und deßhalb

$$\frac{6\ ^2/_5}{8\ ^3/_4} = {}^{128}/_{175}.$$

Anmerkung: 1) Da man die gebrochenen Brüche allemal auf diese Weise in einfache verwandeln kann, und diese lezteren viel bequemer sind, so werden in der Folge die gebrochenen Brüche nur selten mehr vorkommen.

2) Die folgenden Abschnitte werden mehrere Beispiele zur Uebung in der Rechnung der Brüche enthalten.

§. 94.

Brüche reesisch mit einander zu multipliziren, mit beigesezten Beispielen.

Auf nachstehende Weise lassen sich Brüche bequem mit einander multipliziren:

1) Man ziehe eine Linie von oben nach unten, das ist, man ziehe einen Vertikalstrich;

2) Man schreibe rechts alle Brüche, die man mit einander multipliziren soll, und schreibe links den Buchstaben x, der das verlangte Produkt anzeigt;

3) Die gemischten Zahlen richte man ein, schreibe da, wo sie stehen, den neuen Zähler, und setze den Nenner allemal auf die andere Seite hinüber;

4) Auf beiden Seiten kann man jezt gleiche Zahlen ausstreichen, dann gleichviel Nullen weglassen, und auch beiderseits mit der nämlichen

Zahl dividiren, und die Quotienten statt der vorigen Zahlen hinschreiben;

5) Endlich multiplizire man die rechtsstehenden Zahlen mit einander, und eben so die linksstehenden, und dividire das erste Produkt mit dem leztern.

Anmerkung: Die Benennung „reesisch—reesische Regel“ ist von dem Namen des Herrn von Rees, eines Holländers, abgenommen.

I. Beispiel:

Man multiplizire $^2/_3$ mit $^4/_5$.

1) Man schreibe links x, ziehe einen Vertikalstrich, und schreibe rechts die beiden Brüche $^2/_3$ und $^4/_5$ untereinander, wie hier folgt:

x	$^2/_3$
	$^4/_5$

2) Weil da ächte Brüche sind, so streiche man rechts die Nenner 3 und 5 aus, und schreibe sie links nach x untereinander, wie hier folgt:

x	2
5	~~3~~
3	4
	~~5~~

3) Man multiplizire 2 mit 4, und 3 mit 5, und dividire 8 mit 15, das ist, man schreibe den Quotienten bruchartig an; man erhält $^8/_{15}$, wie hier folgt:

$$
\begin{array}{r|l}
x & \frac{2}{\not 3} \\
3 & \\
5 & \frac{4}{\not 5} \\
\hline
15 & 8
\end{array}
$$

Daher ist x, oder $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

II. Beispiel:

Man multiplizire $4\frac{1}{2}$ mit $5\frac{2}{3}$.

1) Man schreibe die Brüche an, wie vorhin:

$$
\begin{array}{r|l}
x & 4\frac{1}{2} \\
 & 5\frac{2}{3}
\end{array}
$$

2) Man richte die Brüche ein, indem man sagt, 2 mal 4 ist 8 und 1 ist 9, wie auch, 3 mal 5 ist 15 und 2 ist 17; man schreibe statt der beiden gemischten Zahlen an ihre Stelle rechts die neuen Zähler 9 und 17, und dagegen die Nenner 2 und 3 auf die linke Seite, wie hier folgt:

$$
\begin{array}{r|l}
x & 4\frac{1}{2} \\
 & 5\frac{2}{3}
\end{array}
\quad \text{daher} \quad
\begin{array}{r|l}
x & 9 \\
2 & \\
3 & 17
\end{array}
$$

3) Mit 3 kann man abkürzen, indem man links 3 ausstreicht, und rechts 9 ausstreicht, und dafür den Quotienten 3 sezt, wie hier folgt:

$$
\begin{array}{r|l}
x & \not 9 \; 3 \\
 & \\
2 & \\
\not 3 & 17
\end{array}
$$

4) Die rechtsstehenden Zahlen multiplizire man mit einander, mithin 17 mit 3, man bekömmt 51, da 17×3, oder 3 mal $17 = 51$ ist; das Produkt 51 dividire man mit 2, man erhält $25\,^1/_2$, da $51 : 2 = 25\,^1/_2$ wie hier folgt:

x	3
2	17
	51

51	25 $^1/_2$
: 2	
4	
11	
10	
Rest -1	

Es ist also x, oder $4\,^1/_2 \times 5\,^2/_3 = {}^9/_2$

$$\times\, {}^{17}/_3 = \frac{9 \cdot 17}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 17}{2} = {}^{51}/_2 = 25\,^1/_2,$$

mithin $4\,^1/_2 \times 5\,^2/_3 = 25\,^1/_2$.

III. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen 8, dann $4\,^2/_3$, ferner $^4/_5$ und $6\,^1/_2$ mit einander.

1) Man schreibe wie vorhin links unter einander die gegebenen vier Zahlen, und hebe die Brüche auf, indem man sie einrichtet, und die neuen Zähler rechts, die Nenner aber links schreibt, wie hier folgt:

x	8	daher	x	8
	4 $^2/_3$		3	14
	$^4/_5$		5	4
	6 $^1/_2$		2	13

2) Mit 2 kann man abkürzen, indem man links 2 ausstreicht, und rechts oben 4 statt 8

hinschreibt; dann multiplizire man die rechtsstehenden Zahlen mit einander, und eben so die linksstehenden, und dividire das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden, wie hier folgt:

x	8 4
3	14
5	4
~~2~~	13
15	

Die Multiplikation der rechtsstehenden Zahlen.

```
 14        224
  4         13
----       ----
 56        672
  4        224
----       ----
224       2912
```

Mit dem Produkte 15 dividire man das Produkt 2912,

```
2912 |
: 15 | 194 2/15
15   |
-----
141
135
-----
 --62
   60
-----
Rest -2
```

Es ist also $8 \times 4\,^2/_3 \times {}^4/_5 \times 6\,^1/_2 = {}^{2912}/_{15} = 194\,^2/_{15}$.

§. 95.

Brüche reesisch mit einander zu dividiren, mit beigesezten Beispielen.

Auf nachstehende Weise lassen sich Brüche auch bequem mit einander dividiren:

1) Man ziehe einen Vertikalstrich, schrei-

be links x und den Divisor, und schreibe rechts den Dividend;

2) Man hebe wie es im vorigen §. bei der Multiplikation geschehen ist, die Brüche auf, setze allemal auf ihre Seite die neuen Zähler, die man bei der Einrichtung erhält, und auf die andere Seite die Nenner;

3) Am Ende multiplizire man die Zahlen rechts mit einander, und eben so die Zahlen links, und dividire das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden.

I. Beispiel:

Man dividire $^2/_5$ mit $^3/_4$.

1) Man schreibe links x, und darunter den Divisor $^3/_4$, und rechts den Dividend $^2/_5$, wie hier folgt:

x	$^2/_5$
$^3/_4$	

2) Man hebe die Brüche auf, indem man die Nenner ausstreicht, und allemal auf die andere Seite hinübersezt:

x	2
3	~~5~~
~~4~~	4
5	

3) Man multiplizire rechts 2 mit 4, und links 3 mit 5, und dividire 8 mit 15, man er=

hält $^8/_{15}$ als den verlangten Quotienten, wie man hier sieht:

x	$\frac{2}{\not 5}$
$\frac{3}{\not 4}$	
5	4
15	8

Mithin erhält man $^8/_{15}$, das ist, x oder $^2/_5 : {}^3/_4 = {}^8/_{15}$; also $^2/_5$ dividirt durch $^3/_4$, giebt zum Quotienten den Bruch $^8/_{15}$.

II. Beispiel:

Man dividire 8 mit $^5/_6$.

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links x den Divisor $^5/_6$, und rechts den Dividend 8, wie hier folgt:

x	8
$^5/_6$	

2) Man hebe den Bruch auf, indem man links den Nenner 6 ausstreicht, und ihn rechts unter 8 als Faktor schreibt, und dann multiplizire man 8 mit 6, und dividire das Produkt 48 mit 5, man erhält $^{48}/_5$, was, wenn man die Ganzen herauszieht, eben so viel gilt als $9\,^3/_5$, wie man hier sieht:

x	8
$\frac{5}{\not 6}$	6
5	48, also $x = {}^{48}/_5 = 9\,^3/_5$.

das ist, $8 : \frac{5}{6} = 9\frac{3}{5}$; oder 8 dividirt mit $\frac{5}{6}$ giebt zum Quotienten die Zahl $9\frac{3}{5}$.

III. Beispiel:

Man dividire $5\frac{2}{3}$ mit $6\frac{1}{2}$.

1) Man ziehe einen Vertikalstrich, schreibe links x und den Divisor $6\frac{1}{2}$, und rechts den Dividend $5\frac{2}{3}$, wie hier folgt:

x	$5\frac{2}{3}$
$6\frac{1}{2}$	

2) Man hebe die Brüche auf, und sage, 2 mal 6 ist 12 und 1 ist 13, man schreibe 13 links, und rechts den Nenner 2; ferner 3 mal 5 ist 15 und 2 ist 17, man schreibe rechts 17, und den Nenner 3 links, wie hier folgt:

x	$5\frac{2}{3}$	daher	x	17
			13	2
$6\frac{1}{2}$			3	

3) Man multiplizire rechts 17 mit 2, und links 13 mit 3, und dividire 34 mit 39, man erhält den Bruch $\frac{34}{39}$ als den verlangten Quotienten, wie hier folgt:

x	17
	2
13	
3	
39	34, also ist $x = \frac{34}{39}$,

daß heißt, $5\frac{2}{3} : 6\frac{1}{2} = \frac{34}{39}$; oder $5\frac{2}{3}$, dividirt mit $6\frac{1}{2}$ giebt zum Quotienten die Zahl $\frac{34}{39}$.

Anmerkung: 1) Die Probe wird bei den vier Rechnungsarten mit Brüchen eben so gemacht, wie bei den ganzen Zahlen; es dienen sich daher auch wechselweise die Addition und Subtraktion, und die Multiplikation und Division zur Probe.

2) Wie man vorstehende reesische Multiplikations und Divisions-Art brauchen kann, wird man noch mehr bei der Anwendung in den folgenden Abschnitten ersehen.

3) Bei Bearbeitung des gegenwärtigen Hauptstückes benüzte ich vorzüglich Lechner's vollständiges Rechenbuch, von Herrn Dr. Bundschue rc. neu bearbeitet und vermehrt (fünf und zwanzigste Auflage, Augsburg 1823.).

IV. Hauptstück.

Von der Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochene Zahlen zur Auflösung der Regel-Detri, nach dem gewöhnlichen und reesischen Ansatze, und auf verschiedene, im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfälle.

I. Abschnitt.

Aufgaben der Regel-Detri nach dem gewöhnlichen Ansatze und ohne Brüche.

§. 96.
Erklärungen.

1) Wenn man aus dem Verhältnisse, das gewisse Größen zu einander haben, unbekannte Zahlen berechnet, so nennt man dieses die Auflösung von Regel-Detri-Aufgaben.

2) Solche Aufgaben heißt man Aufgaben der Regel-Detri, weil wenigstens zur Berechnung der unbekannten Zahl drei Zahlen, oder drei Sätze gegeben sein müssen; wie z. B. bei dieser Aufgabe: „was kosten 6 Ellen, wenn 1 Elle 4 fl. kostet?“

3) Man sagt: zwei Größen stehen zusammen im geraden Verhältnisse, wenn sie sich so

...seitig bestimmen, daß mit der Zunahme ...n eben so die Zunahme der andern ver... ist, und man also sagen kann: „je mehr, ...hr, je größer, desto größer ꝛc.“

Zwei Größen stehen zusammen im um... ten Verhältnisse, wenn mit der Zunahme der einen eben so die Abnahme der andern verbunden ist, und man also sagen kann: „je mehr, desto weniger, je kleiner, desto größer.“

Im geraden Verhältnisse stehen:

a) Die Menge der Waaren und die Größe der dafür zu leistenden Zahlung;

b) Der Zins mit der Größe des Kapitals, der Länge der Zeit, während welcher das Kapital am Zins ist, und mit den Prozenten, das heißt, mit der Summe, die man jährlich für den Gebrauch von 100 Gulden bezahlt;

c) Die Anzahl der Arbeiter mit ihrer Verrichtung, und mit der Zahlung dafür;

d) Die Größe der Verrichtung mit der dazu erforderlichen Zeit;

e) Verschiedene Gewichte, Längen- Getraid- Wein-Maaße, verschiedene Geldsorten zu einander ꝛc.

Im verkehrten Verhältnisse stehen zu einander:

a) Bei einerlei Arbeit die Anzahl der Arbeiter und die dazu erforderliche Zeit;

b) Die Länge und Breite des zu einem Kleide erforderlichen Tuches;

c) Die Anzahl der Menschen mit der Zeit, in welcher sie einen gewißen Vorrath von Lebensmitteln aufzehren;

d) Das Kapital mit der Zeit, um den nämlichen Zins zu geben;

e) Die Anzahl der wochentlichen Tage und der täglichen Stunden, die man verwendet, um eine gewiße Arbeit zu vollenden, mit der Zeit, welche in Monaten ausgedrückt ist ɩc.

Anmerkung: Ob zwei Größen im geraden, oder verkehrten Verhältnisse zu einander stehen, sieht man bei den im gewöhnlichen Leben vorkommenden Rechnungsfällen aus der angestellten Vergleichung. So sieht z. B. Jedermann, wenn eine Elle einer gewissen Waare 4 fl. kostet, daß 2 Ellen 2 mal 4 fl., dann 3 Ellen 3 mal 4 fl., ferner 4 Ellen 4 mal 4. fl. kosten, und so fortgesezt, das ist, die Ellen stehen mit der Zahlung dafür im geraden Verhältnisse.

Eben so sieht man z. B. auch, wenn 6 Arbeiter ein gewisses Geschäft in 8 Tagen verrichten, daß 2 mal so viel Arbeiter, also 12 Arbeiter bei gleichen Umständen nur die Hälfte der vorigen Zeit, mithin 4 Tage brauchen, das ist, diese Größen stehen zu einander im umgekehrten Verhältnisse.

§. 97.

Abtheilung der verschiedenen Aufgaben über die Regel-Detri.

1) Wenn die Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, und nur drei Zahlen gegeben sind, so hat man eine Aufgabe der einfachen geraden Regel-Detri; zum Beispiele:

Wenn 1 Elle einer gewissen Waare 6 fl. kostet, was kosten 24 Ellen der nämlichen Waare?

2) Wenn die Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, und auch nur drei Zahlen

gegeben sind, so hat man eine Aufgabe der einfachen verkehrten Regel-Detri; zum Beispiele:

Wenn 100 Personen sich von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 8 Wochen ernähren können, wie lange haben daran 200 Personen?

3) Wenn mehr als drei Zahlen anfangs gegeben sind, und alle Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, dann ist es eine Aufgabe der zusammengesezten geraden Regel-Detri; zum Beispiele:

Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozent 10 fl. Zins geben, welchen Zins geben 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 Prozenten?

4) Wenn mehr als drei Zahlen gegeben sind, und alle Größen stehen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, dann hat man eine Aufgabe der zusammengesezten verkehrten Regel-Detri; zum Beispiele:

Eine Festung ist auf 2 Jahre für 10000 Mann mit Getraid versehen, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund Brod giebt, wie viel Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn sich eine Besatzung von 8000 Mann davon 3 Jahre ernähren kann?

5) Wenn endlich mehr als drei Zahlen gegeben sind, und einige Größen im geraden und einige im verkehrten Verhältnisse zu einander stehen, so hat man eine Aufgabe der zusammengesezten geraden und verkehrten Regel-Detri zugleich; zum Beispiele:

Wenn 20 Arbeiter in 12 Tagen, im Falle sie täglich 8 Stunden arbeiten, eine Mauer ver-

fertigen, die 40 Fuß lang, 2 Fuß dick und 20 Fuß hoch ist, — wie viele Tage werden 40 Arbeiter die täglich 10 Stunden arbeiten, zu zwei Mauern verwenden, wovon jede 50 Fuß lang, 2 Fuß dick und 30 Fuß hoch ist?

§. 98.

Regeln zur Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regel-Detri, mit beigesezten Beispielen.

Man verfahre, wenn man die Aufgaben nicht streng nach dem Proportionalansatze auflösen will, nach folgenden Regeln:

1) Die drei bekannten Glieder schreibe man so in einer horizontalen Linie an, daß jedes in einiger Entfernung vom andern zu stehen komme, und das erste und dritte Glied gleichnamig sind; die Fragezahl muß jedesmal als drittes Glied gesezt werden.

In der folgenden Aufgabe ist 4 die Fragezahl, weil gefragt wird: wie hoch kommen 4 Ellen?

2) Das zweite und das dritte Glied multiplizire man mit einander, das ist, die Zahlen, die im zweiten und dritten Gliede stehen, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede; ist dieses 1, so unterbleibt die Division ganz (§. 39. Anmerk. 2.).

3) Zur Probe kehre man die Aufgaben um, das ist, man schreibe das dritte Glied an die Stelle des ersten, und das erste an die Stelle des dritten Gliedes, und die herausgebrachte Antwort in die Mitte. Kommt nach der Berechnung

das vorige zweite Glied wieder zum Vorschein, so ist die Rechnung richtig.

I. Beispiel:

Wenn 1 Elle 6 fl. kostet, was kosten 4 Ellen?

1) Ansaz:

Erstes =	zweites =	drittes Gied.
Elle	fl.	Ellen?
1	6	4

2) Berechnung:

Elle	fl.	Ellen?
1	6	4
	× 4	
	24 fl.	

Es kosten also 4 Ellen unter diesen Bedingungen 24 fl.;

3) Probe:

Man sage, wenn 4 Ellen 24 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

Ellen	fl.		Elle?
4	24		1
	:4	6 fl.	
	24		
	--		

Eine Elle kostet also wieder 6 fl.

Weil, wenn man mit 1 multiplizirt, immer wieder die nämliche Zahl zum Vorschein kommt (§. 33. Lit. C. und D.), so hat man mit 1 nicht multiplizirt, gleichwie man auch mit 1 nicht dividiren darf.

II. Beispiel:

Was kostet 1 Pfund einer gewissen Waare, wenn 24 Pfund 336 fl. kosten?

1) Man schreibe wie beim vorigen Beispiele an: „wenn 24 Pfund 336 fl. kosten, was kostet 1 Pfund?"

Pfund	fl.		Pfund?
24	336		1
	:24	14 fl.	
	24'		
	-96		
	96		
	--		

Ein Pfund kostet also 14 fl.

2) Zur Probe sage man: „was kosten 24 Pfund, wenn 1 Pfund 14 fl. kostet?" Man schreibe also an: „1 Pfund kostet 14 fl., was kosten 24 Pfund?"

Pfund	fl.	Pfund?
1	14	24
	×24	
	56	
	28	
	336 fl.	

24 Pfund kosten also wieder 336 fl.

Anmerkung: 1) Bei den Auflösungen setze ich das Zeichen der Addition (+), der Multiplikation (×), und das der Division (:) öfters bei, damit man sich besser auskenne, und man auch wisse, welche Rechnungsarten vorgenommen werden.

2) Rücksichtlich aller auf diese Weise vorkommenden Auflösungen der Regel-Detri-Aufgaben wird folgendes bemerkt:

a) Diese Aufgaben lassen sich bequem auf reesische Art auflösen, welches im folgenden Abschnitte wird gezeigt werden. Für jezt bleibe ich rücksichtlich der leichtern Aufgaben bei dem vorstehenden Regel-Detri-Ansaz, wenn gleich dabei die Geseze eines Proportional-Ansatzes nicht befolgt sind, weil der Zweck, für den gegenwärtiges Werkchen bestimmt ist, verfehlt würde, wenn man diese Aufgaben genau nach der geometrischen Proportions-Lehre lösen wollte.

b) Das Lehrbuch der Arithmetik des Herrn Dr. Bundschue ꝛc. (Zweiter Theil, zweite Auflage, Kempten 1818) enthält die Lehre der Proportionen rein wissenschaftlich vorgetragen, welches vorzügliche Werk allen denen, die in der Mathematik weitere Fortschritte machen wollen, bestens anempfohlen werden kann.

§. 99.

Regeln zur Auflösung der Aufgaben der einfachen verkehrten Regel-Detri, mit beigesezten Beispielen.

1) Man schreibe die drei bekannten Glieder wieder der Ordnung nach an, wie sie bei der Aufgabe genannt wurden, so daß sie in einiger Entfernung von einander in eine horizantale Linie zu stehen kommen, und das erste und dritte Glied gleichnamig sind; in das dritte Glied muß wieder die Fragezahl gesezt werden;

2) Man multiplizire das erste Glied mit dem zweiten, oder umgekehrt, das zweite Glied mit dem ersten, und dividire das erhaltene Produkt mit dem dritten Gliede;

Anmerkung: Jederzeit soll man der Bequem-

lichkeit wegen die größere Zahl als Multiplikand, und die kleinere als Multiplikator setzen (§. 34. Ziffer 1.).

3) Die Probe stelle man so an, wie es §. 98. Ziffer 3. bestimmt wurde.

I. Beispiel:

Wenn 8 Personen ein gewisses Geschäft in 12 Tagen verrichten, wie lange brauchen dazu 16 Personen?

1) Ansaz und Berechnung:

Personen	Tage	Personen?
8	12	16

$$\begin{array}{r|l} 12 & \\ \times 8 & \\ \hline 96 & \\ :16 & 6 \text{ Tage} \\ 96 & \\ \hline -- & \end{array}$$

16 Personen brauchen also 6 Tage.

2) Probe:

Man kehre die Aufgabe um, und sage:

„Wenn 16 Personen ein gewisses Geschäft in 6 Tagen verrichten, wie lange brauchen dazu 8 Personen?"

Personen	Tage	Personen?
16	6	8

$$\begin{array}{r|l} 16 & \\ \times 6 & \\ \hline 96 & \\ :8 & 12 \text{ Tage} \\ 8 & \\ \hline 16 & \\ 16 & \\ \hline -- & \end{array}$$

8 Personen brauchen also 12 Tag.

II. Beispiel:

Wenn sich 400 Menschen von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 13 Wochen ernähren köñen, wie lange können sich 200 Menschen davon ernähren?

M.	W.	M.?
400	13	200

```
 13
×400
-------
 52(00 |
:2(00  | 26 Wochen.
 4     |
-------
 12
 12
-------
 --
```

Probe:

Wenn sich 200 Menschen 26 Wochen ernähren können, wie lange können sich 400 Menschen ernähren?

M.	W.	M.?
200	26	400

```
 26
×200
-------
 52(00 |
:4(00  | 13 Wochen.
 4     |
-------
 12
 12
-------
 --
```

Dieselben können sich wieder 13 Wochen lang ernähren.

Anmerkung: 1) Man ersieht aus den vorstehenden Aufgaben, daß das gesuchte vierte Glied allemal mit dem zweiten Gliede von gleicher Art und Benennung ist.

2) Die Regel-Detri wird auch die goldene Regel (Regula aurea) genannt, weil sie im gewöhnlichen Leben, und auch sonst, eine vielfache Anwendung hat.

§. 100.

Regeln zur Auflösung der Aufgaben der einfachen Regel-Detri, mit Reduktionen und beigesezten Beispielen.

1) Wenn im ersten und dritten Gliede verschiedene Namen vorkommen, so reduzire man sie so lange, bis sie gleiche Namen haben, da diese zwei Glieder immerhin Dinge der nämlichen Art und Beschaffenheit bezeichnen (§. 45. Ziffer 2.);

2) Das zweite Glied muß ebenfalls, wenn es verschiedene Namen hat, auf die niedrigste Benennung, und wenn es die Beschaffenheit der Aufgabe erfordert, das gefundene vierte Glied wieder auf Einheiten höherer Ordnung reduzirt werden.

I. Beispiel:

Wenn ein Loth einer gewissen Waare 4 Häller kostet, was kosten 3 Zentner?

Loth	Häller	Zentner?
1	4	3

9600 Loth
×4
38400 hl.

3
×100
300 tb.
32
9600 Lth.

Es kosten also 3 Zentner 80 fl., weil 38400 hl. = 4800 kr. = 80 fl.

Es wurden nämlich hier zuerst rechts durch die Multiplikation mit 100 und 32 die 3 Zentner auf Loth reduzirt, sie geben 9600 Loth, und die Aufgabe hieß: „wenn 1 Loth 4 Häller kostet, was kosten 9600 Loth?“ Offenbar kosten sie 9600 mal 4 Häller; man hat deßhalb links 9600 mit 4 multiplizirt, und die erhaltenen 38400 hl. durch die Division mit 8 zu Kreutzern, und durch die Division mit 60 zu Gulden gemacht, wodurch man 80 fl. gefunden hat.

II. Beispiel:

Wenn 3 Zentner einer gewissen Waare 80 fl. kosten, was kostet 1 Loth?

Zentner	fl.	Loth?
3	80	1
×100	×60	
300 Pfund	4800 kr.	
×32	×8	
9600 Loth	38400 Häller	

also

Loth	Häller	Loth ?
9600	384(00	1
	:96(00	4 Häller.
	384	

Ein Loth kostet also wieder 4 Häller.

Hier hat man links, damit das erste Glied mit dem dritten gleichnamig wird, zuerst die 3 Zentner auf Loth reduzirt, sie geben 9600 Loth?

Weil die 80 fl. mit 9600 nicht theilbar sind, so hat man die 80 fl. auf Kreutzer und dann auf Häller reduzirt, man bekam 38400 Häller, diese, mit 9600 dividirt, geben 4 Häller als Quotienten.

Anmerkung: 1) Man sieht offenbar, daß sich diese beide Beispiele wechselseitig zur Probe dienen.

2) Wie man solche Beispiele reesisch durch Abkürzungen bequemer auflösen kann, wird im nächsten Abschnitte gezeigt werden.

III. Beispiel:

Wenn 9 Ellen um 38 fl. 15 kr. gekauft werden, was kosten 15 solche Ellen?

1) Man muß das zweite Glied auf gleiche Benennung bringen, weil in dieser Aufgabe Gulden und Kreutzer vorkommen; man reduzire zuerst die 38 fl. auf Kreutzer, und addire 15 Kreutzer dazu, wie hier folgt:

Ellen	fl.	kr.	Ellen
9	38	15	51 ?

38
× 60
2280
+ 15 kr.
2295 kr.

2) Jezt treten die Bestimmungen der geraden Regel = Detri in Wirkung, indem man so anschreibt: „wenn 9 Ellen 2295 kr. kosten, was kosten 15 Ellen?“

Ellen	kr.	Ellen
9	2295	15 ?

2295
× 15
11475
2295
34425 : 9 | 3825 kr. = 63 fl. 45 kr.
27
-74
72
-22
18
-45
45
--

15 Ellen kosten also 63 fl. 45 kr.

Probe:

Wenn 15 Ellen 63 fl. 45 kr. kosten, was kosten 9 Ellen?

```
                 ⏞
Ellen       fl.      kr.           Ellen?
 15         63       45              9
           ×60
         ------
          3780
          +45 kr.
         ------
          3825 kr.
           ×9
         ------
         34425 |
         : 15  | 2295 kr. = 38 fl. 15 kr.
         30    |
         ------
         -44
          30
         ------
          142
          135
         ------
          --75
            75
          ------
            --
```

9 Ellen kosten also wieder 38 fl. 15 kr.

IV. Beispiel:

Wenn ein Loth Zucker um einen Kreutzer und zwei Pfenning verkauft wird, was kostet eine Lieferung von 14 Zentner, 16 Pfund und 13 Loth?

Loth	kr.	pf.	Zent.	℔.	Loth?
1	1	2	14	16	13

1 kr. × 4	14 Zent. × 100
4	1400 ℔.
+ 2	+ 16
6 pf.	1416 ℔.
	× 32
	2832
	4248
	45312 Loth
	+ 13
	45325 Loth
	× 6

271950 pf. = 67987 kr. 2 pf. = 1133 fl. 7 kr. 2 pf.

Es kosten also 14 Zent. 16 Pf. und 13 Loth 1133 fl. 7 kr. 2 Pfenning.

Um das erste und dritte Glied gleichnamig zu machen, wurde hier im dritten Gliede alles in Lothe verwandelt; die 14 Zentner wurden nämlich mit 100 multiplizirt, und die 16 ℔. dazu addirt. Die herausgekommenen 1416 ℔. wurden hierauf wieder mit 32 multiplizirt, und die

13 Loth dazu gezählt, und so erhielt man 45325 Loth als drittes Glied, welches endlich auch noch mit dem zweiten Gliede 6 multiplizirt wurde, wo sodann, weil im ersten Gliede 1 steht, womit nicht dividirt werden kann, 271950 pf. zur Antwort erschienen; diese zu Kreutzer und dann zu Gulden gemacht, geben 1133 fl. 7 kr. 2 pf.

Zur Probe kehre man die Aufgaben um, und sage: „wenn 14 Zent. 16 tb. und 13 Loth 1133 fl. 7 kr. 2 pf. kosten, was kostet 1 Loth?“ wo sodann wieder 1 kr. 2 pf. als Antwort erscheinen wird.

V. Beispiel:

Wenn 2 tb. und 1 Loth 1 fl. 37 kr. 2 pf. kosten, wie hoch kommen 7 Zentner 77 tb.?

tb. Lth.	fl. kr. pf.	Zent. tb.?
2 1	1 37 2	7 77
×32	×60	×100
65 Loth	97 kr.	7 77 tb.
	×4	×32
	390 pf.	15 54
		233 1
		248 64 Loth
		×390
		2'237.760
		7 459 2
		9'696.960

```
9'696,960 | 149184 pf. = 37296 kr. =
: 65      |   621 fl. 36 kr.
  65
 ---
  319
  260
 ---
  -596
   585
  ---
   -119
     65
   ---
     546
     520
    ---
     -260
      260
     ---
      ---
```

Sieben Zentner 77 tb. kosten also 621 fl. 36 kr.

Anmerkung: Bei obiger Aufgabe wurden nach den Reduktionen die kleineren Gewicht- und Münzsorten gleich zum Produkt gezählt, ohne daß man noch besondere Additionen vornahm, welches in der Folge öfters geschehen wird.

Probe:

Zur Probe wird die Aufgabe wieder umgekehrt, und gefragt: „wenn 7 Zentner und 77 tb. 621 fl. 36 kr. kosten, was kosten 2 tb. und 1 Loth?“

Ansaz und Berechnung der Probe.

Zent.	tb.	fl.	kr.	tb.	Loth?
7	77	621	36	2	1

7 × 100 = 700; + 77 = 777 tb. × 32:
1554
2331
24864 Loth

621 fl. × 60 = 37296 kr. × 65:
186 480
2 237 76
2'424.240 : 248 64 | 97 ½ kr. = 1 fl. 37 kr. 2 pf.
2 237 76
— 186 480
174 048
— 12 432/24864 = ½ kr., oder 2 pf.

2 tb. × 32 = 65 Loth

Wenn der Zähler gerade halb so groß ist, als der Nenner, so ist der Bruch gleich einem halben, und dieß ist hier der Fall; denn der Zähler 12432 ist vom Nenner 24864 gerade die Hälfte.

Man hat also gefunden, daß, wenn 7 Zentner und 77 tb. 621 fl. 36 kr. kosten, 2 tb. und 1 Loth wieder auf 1 fl. 37 kr. 2 pf. zu stehen kommen.

§. 101.

Beispiele zur Uebung.

I.

Wenn 6 Obersten jährlich 10800 fl. Pen=

sion haben, — wie viel macht der jährliche Betrag dieser Pension für 2 Obersten aus?

II.

Wenn 2 Oberstlieutenante jährlich 3000 fl. Pension haben, — wie viel Pension beziehen 6 Oberstlieutenante in einem Jahre?

III.

Wenn 4 Majore während eines Jahres 5200 fl. Pension beziehen, — wie viel Pension erhalten 15 Majore?

IV.

Wenn 3 Hauptleute erster Klasse jährlich 3000, — 4 solche zweiter Klasse 3200, — 5 Oberlieutenante 2500, — und 6 Unterlieutenante 2400 fl. Pension haben, — wie viel macht dieses für ein Jahr von jeder dieser Chargen aus, wenn man von der ersten 8, von der zweiten 6, von der dritten 3 und von der vierten 5 zu pensioniren hat?

II. Abschnitt.

Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri mit ganzen und gebrochenen Zahlen nach dem gewöhnlichen und reesischen Ansatze.

---

§. 102.

Die Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regel-Detri, mit beigesezten Beispielen.

I. Beispiel:

Wenn man 3 1/2 Ellen für 7 Kreutzer kau-

fen kann, wie viel erhält man für 36 Kreutzer?

1) Man schreibe nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze an, und setze an die vierte Stelle „x?“, als Zeichen der zu suchenden Größe, welche hier Ellen sind:

kr.	Ellen	kr.
7	3 ½	36

2) Man richte den Bruch ein, und sage, 3 mal 2 ist 6 und 1 ist 7, man schreibe 7 unter 3 ½, und den Nenner 2 links unter das erste Glied 7, wie hier folgt:

kr.	Ellen	kr.	Ellen
7	3 ½	36	x?
2	7		

3) Man multiplizire 36 mit 7, und links 2 mit 7, und dividire das Produkt 252 mit 14:

kr.	Ellen	kr.	Ellen
7	3 ½	36	x?
×2	7	×7	
14	also	252	
		:14	18 Ellen
		14	
		112	
		112	

Für 36 kr. bekommt man also 18 Ellen.

Anmerkung: Der Nenner 2 aus dem zweiten Gliede wurde aus der Ursache in das erste gesezt und mit 7 multiplizirt, weil durch die Einrichtung des Bruches das zweite Glied in halbe Ellen reduzirt wurde. Da nun bekanntlich der

Quotient in dem Verhältnisse kleiner wird, als der Divisor größer ist, 7 zu 14 als dem Produkte von 7 × 2 aber sich eben so verhält, wie eine halbe Elle zu einer ganzen, so ist 252 : 7 = 36 = 252 : 14 = 18, weil 7 die Hälfte von 14, und 18 die Hälfte von 36 ist, indem $^{36}/_{2}$ = 18 Ganzen; daher 36 halbe Ellen 18 ganze Ellen machen. Durch dieses Verfahren wird also in allen diesen Fällen eine Division erspart.

Will man sich die Vortheile der reesischen, oder Ketten-Regel mittels angebrachter Abkürzungen eigen machen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man ziehe den Vertikalstrich (§. 94. und §. 95.), schreibe links x, und rechts hinüber 36 kr.; ferner schreibe man links unter x 7 kr. und rechts hinüber 3 ½ Ellen, so daß es heißt, wie viel Ellen bekommt man für 36 kr., wenn man für 7 kr. 3 ½ Ellen erhält?

Ellen x?	36 kr.
kr. 7	3 ½ Ellen.

2) Man hebe rechts den Bruch auf, indem man sagt, 3 mal 2 ist 6 und 1 ist 7, man schreibe 7 rechts und den Nenner 2 links, und streiche zur Abkürzung, auf beiden Seiten, 7 aus, wie hier folgt:

Ellen x?	36 kr.	daher	x?	36
kr. 7	3 ½ Ellen		~~7~~	~~7~~
			2	

3) Weil nichts zum multipliziren da ist, so dividire man die rechtsstehenden Zahlen 36

mit der linksstehenden Zahl 2, man erhält 18 als Quotienten, wie hier folgt.

```
        x? | 36
        ⁊  | ⁊
        2  |
      -----------
        2: | 36 |  18 Ellen
             2  |
           ------
            16
            16
           ------
            --
```

Um 36 kr. bekommt man also unter diesen Umständen wieder 18 Ellen.

Zur Probe sage man umgekehrt: um 36 kr. bekommt man 18 Ellen, wie viel erhält man um 7 kr.?

Daher setze man an:

kr.	Ellen	kr.	Ellen
36	18	7	x?

```
      18
     ×7
   -------
     126 |
    : 36 |  3 18/36 Ellen = 3 1/2 Ellen.
     108 |
   -------
    - 18
```

Um 7 kr. bekommt man also $3\ {}^{18}/_{36}$ oder $3\ {}^{1}/_{2}$ Ellen, weil man den Bruch $^{18}/_{36}$ mit 18 verkleinern kann.

Reesisch kann man die Probe auch so machen, wenn man am Vertikalstrich ansezt:

Ellen x?	7 kr.	
kr. 36	18 Ellen	
	126	
	:36	$3\ ^{18}/_{36}$ Ellen = $3\ ^{1}/_{2}$ Ellen.
	108	

Rest -18

Für 7 kr. erhält man also wieder $3\ ^{1}/_{2}$ Ellen.

Anmerkung: 1) Weil 36 und 18 durch mehrere Zahlen theilbar sind, so hätte man auch mit einem gemeinschaftlichen Maaße dividiren, und dadurch die Arbeit abkürzen können.

2) Die Ketten- oder Reesische-Regel ist eine Anleitung, mehrere Regel-Detri-Ansätze auf einmal vortheilhaft anzusetzen, und sehr kurz zu berechnen. Durch dieses Verfahren werden allemal mehrere Regel-Detri-Ansätze in einen einzigen Ansaz zusammengezogen, und die verschiedenen Verhältnisse gleichsam wie die Glieder einer Kette unter einander verbunden, so, daß dadurch in einem einzigen Satze schon bewerkstelliget wird, was die Regel-Detri durch drei, vier und oft noch mehrere Sätze auf langen mühsamen Umwegen zu Stande bringen muß. Die Ketten-Regel beschränkt sich aber nicht allein auf Beispiele der zusammengesezten Regel-Detri, sondern sie vertritt auch die Stelle der einfachen; denn iedes einfache Regel-Detri-Beispiel läßt sich in einen Kettenansaz bringen und berechnen, wie aus der obigen Aufgabe ersichtlich ist.

II. Beispiel:

Für 9 Pfund bezahlt man 24 fl., wie viel muß man für $40\ ^{3}/_{4}$ Pfund bezahlen?

Pf.	fl.	Pf.	fl.
9	24	40 ¾	x?
×4		×4	
36		163	
		×24	
		652	
		326	

3912 | 108 24/36 = 108 ⅔ fl.,
:36 |
36 | wenn man nämlich den Bruch 24/36 mit 12 verkleinert.
-312
288
Rest -24

40 ¾ Pfund kosten also 108 24/36 fl., oder 108 fl. 40 kr.

Bei dieser Berechnung hat man zuerst den Bruch 40 ¾ eingerichtet, und dafür den Bruch 163/4 gesezt; um diesen aufzuheben, hat man den Nenner 4 links zum ersten Gliede 9 als Faktor geschrieben, dann 163 mit 24, und 9 mit 4 multiplizirt, und endlich 3912 mit 36 dividirt.

Will man diese Aufgabe reesisch berechnen, so hebe man den Bruch auf, und dividire dann das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden, wie hier folgt:

fl. x? | 40 ¾ Pf.
Pf. 9 | 24 fl.

daher fl. x? | 163
9 | 4̸
4 | 24
36 | 652
| 326
| 3912

und 3912 | 108 24/36 fl. =
:36 | 108 ⅔ fl.

Zur Probe sage man umgekehrt: „was kosten 9 Pfund, wenn $40\frac{3}{4}$ Pf. $108\frac{2}{3}$ fl. kosten?"

Hier richte man zuerst beide Brüche ein, indem man $\frac{163}{4}$ statt $40\frac{3}{4}$, und $\frac{326}{3}$ statt $108\frac{2}{3}$ sezt; den Nenner 4 des ersten Gliedes setze man zu den mittlern Gliedern als Faktor, und den Nenner 3 des mittlern Gliedes setze man zum ersten Gliede als Faktor, dann multiplizire man die zwei mittlern Glieder mit einander, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede, wie hier folgt:

Pf.	fl.		Pf.	fl.
$40\frac{3}{4}$	$108\frac{2}{3}$		9	x?
×4	×3			
163	326			
×3	×4	also	11736 : 489	24 fl.
489	1304		978	
	×9		1956	
	11736		1956	
			----	

9 Pfund kosten also wieder 24 fl.

III. Beispiel:

Wenn $3\frac{1}{2}$ Ellen $12\frac{5}{6}$ fl. kosten, was kosten $8\frac{3}{4}$ Ellen?

1) Man hat hier wieder eine Aufgabe der einfachen geraden Regel-Detri, weil man desto mehr zahlen muß, je mehr man Waare kauft; daher setze man an:

Ellen	fl.	Ellen	fl.
$3\frac{1}{2}$	$12\frac{5}{6}$	$8\frac{3}{4}$	x?
$\times 2$	$\times 6$	$\times 4$	
7	77	35	
$\times 6$	$\times 2$		
42	154		
$\times 4$	$\times 35$		
168	770		
	462		
	5390		

daher
$$\begin{array}{r|l} 5390 & \\ :168 & 32\frac{14}{168}\text{ fl.} \\ 504 & \\ \hline -350 & \\ 336 & \\ \hline -14 & \end{array}$$

$8\frac{3}{4}$ Ellen kosten also $32\frac{14}{168}$ fl., oder $32\frac{1}{12}$ fl. = 32 fl. 5 kr., weil man den Bruch $\frac{14}{168}$ mit 14 verkleinern kann, und der 12te Theil eines Guldens 5 kr. ist, somit $\frac{1}{12}$ fl. in Kreutzern 5 kr. giebt.

Man hat nämlich hier wieder zuerst die drei Brüche aufgehoben und $\frac{7}{2}$ statt $3\frac{1}{2}$, dann $\frac{77}{6}$ statt $12\frac{5}{6}$, und $\frac{35}{4}$ statt $8\frac{3}{4}$ gesezt; den Nenner 2 des ersten Gliedes hat man als Faktor zu den mittleren Gliedern, und die Nenner 6 und 4 hat man links zum ersten Gliede als Faktor gesezt; hierauf wurden links die Zahlen 7, dann 6 und 4 mit einander multiplizirt, und rechts multiplizirte man die Zahlen 77, dann 2 und 35 mit einander, und endlich wurde das Produkt 5390 mit dem Produkte 168 dividirt, wodurch die verlangte Zahl $32\frac{14}{168}$ fl. oder $32\frac{1}{12}$ fl. zum Vorschein kam.

In reesischer Form setze man an: „was kosten $8\frac{3}{4}$ Ellen, wenn $3\frac{1}{2}$ Ellen $12\frac{5}{6}$ fl. kosten?“

fl. x? | 8 3/4 Ell. daher fl. x? | 35
Ell. 3 1/2 | 12 5/6 fl. 7 | 4
2 | 77
4 | 6
6 | 2

verkleinert mit 2 und 7:

fl. x? | 35 daher 385 | 32 1/12 fl.
7 | 4 : 12
2 | 77 36
4 | 6 -25
6 | 2 24
2 | 5 Rest -1

12 | 385

Es kosten also 8 3/4 Ellen wieder 32 1/12 fl. oder 32 fl. 5 kr.

Zur Probe sage man: „was kosten 3 1/2 Ellen, wenn 8 3/4 Ellen 32 1/12 fl. kosten?"

Daher setze man an:

Ellen	fl.	Ellen	fl.
8 3/4	32 1/12	3 1/2	x?
×4	×12	×2	
35	65	7	
×12	32		
70	385		
35	×4		
420	1540		
×2	×7		
840	10780		

daher 10780 : 840 | 12 70/84 fl.
84
238
168
Rest -70

3 1/2 Ellen kosten also 12 70/84 fl., oder 12 35/42 fl. = 12 5/6 fl., weil man den Bruch 70/84 mit 2, und den neuen Bruch 35/42 mit 7 verkleinern kann, wodurch man den Bruch 5/6 statt 70/84 erhält.

Nach reesischer Form kann man die Probe dadurch machen, daß man ansezt: „was kosten 3 1/2 Ellen, wenn 8 3/4 Ellen 32 1/12 fl. kosten?“

fl. x?	3 1/2 Ell.	daher	fl. x?	7/2
Ell. 8 3/4	32 1/12 fl.		35/4	385/12

ferner fl. x?	~~7~~	und	77	
~~35~~	~~385~~		:6	12 5/6 fl.
~~2~~			6	
~~12~~	~~4~~		17	
~~5~~	~~2~~		12	
6	77		Rest -5	

3 1/2 Ellen kosten also wieder 12 5/6 fl.

§. 103.

Die Auflösung der verkehrten einfachen Regel-Detri, mit beigesezten Beispielen.

I. Beispiel:

Im Falle sich 12 Personen von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 4 1/2 Wochen ernähren können, — wie lange können sich davon 24 Personen ernähren?

1) Man setze wieder in das erste und dritte Glied von den drei gegebenen Zahlen die gleichnamigen, und zwar so, daß die Fragezahl in das dritte Glied zu stehen kommt, welche im ge-

genwärtigen Beispiele „24“ ist, weil gefragt wird: „wie lange können 24 Personen sich ernähren?“ An die erste Stelle setze man 12, weil 12 Personen mit 24 Personen gleiche Benennung haben, und in die Mitte kommen „4 $^1/_2$ Wochen“ zu stehen, indem diese Zahl mit der, welche gesucht wird, ebenfalls gleiche Benennung hat. Als viertes Glied, welches gesucht wird, schreibe man „x? Wochen“, daher der Ansaz dieses Beispiels in der folgenden Ordnung erscheinen muß:

Pers.	Woch.	Pers.	Woch.
12	4 $^1/_2$	24	x?

2) Jezt hebe man den Bruch auf, indem man $^9/_2$ statt 4 $^1/_2$ sezt, und schreibe 9 an die Stelle des Bruches, den Nenner 2 aber als Faktor zum dritten Gliede 24, wodurch man als solches 48 erhält, und nun verfahre man ganz nach §. 99. Ziffer 2., nämlich man multiplizire das erste Glied 12, mit dem zweiten Gliede 9, und dividire das Produkt 108 mit dem dritten Gliede 48, indem hier das umgekehrte Verhältniß da ist, je mehr es nämlich Personen sind, desto weniger Zeit haben sie daran:

Pers.	Woch.	Pers.	Woch.
12	4 $^1/_2$	24	x?
×9	×2	×2	
108	9	48	

daher 108
:48 | 2 $^{12}/_{48}$ oder 2 $^1/_4$ Wochen, weil man den Bruch $^{12}/_{48}$ mit 12 veklein ern kann.
96

Rest 12

Es können sich also unter diesen Bedingungen 24 Personen 2 $^1/_4$ Wochen ernähren.

Anmerkung: 1) Das erste und zweite Glied werden Bedingungsglieder, und das dritte und vierte Glied, welches leztere gesucht wird, Frageglieder genannt.

2) Wenn man rücksichtlich der Auflösung bei der verkehrten Regel=Detri die Ordnung der geraden Regel=Detri beibehalten, und das zweite und dritte Glied mit einander multipliziren und das Produkt mit dem ersten Gliede dividiren will, so setze man die Fragezahl in das erste, die mit ihr gleichnamige in das dritte, und die dritte gegebene Zahl in das zweite Glied.

Will man die Vortheile des reesischen Ansatzes benützen, so verfahre man nach folgenden Regeln:

1) Man schreibe links am Vertikalstriche die Frageglieder x? und 24, indem man sagt: „wie lange haben daran 24 Personen?“ und rechts setze man die zwei Bedingungsglieder, 12 und 4 $^1/_2$, bei welchen man sagt: „wenn sich davon 12 Personen 4 $^1/_2$ Wochen ernähren:“

Woch.	x?	12 Pers.
Pers.	24	4 $^1/_2$ Woch.

2) Man verfahre wie vorhin, richte den Bruch ein und hebe ihn auf, dann verkleinere man mit 12, multiplizire rechts und links, und dividire das rechtsstehende Produkt mit dem linksstehenden, wie hier folgt:

x?	12	daher	x?	~~12~~
24	4 $^1/_2$		~~24~~	
			2	9
			2	9
			4	

und 9 | 2 1/4 Wochen.
:4 |
8 |
Rest 1

24 Personen haben also wieder daran 2 1/4 Wochen.

Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und sage: „wenn 24 Personen den Vorrath in 2 1/4 Wochen verzehren, wie lange haben daran 12 Personen?"

Pers.	Woch.	Pers.	Wochen
24	2 1/4	12	x?
×9	×4	×4	
216	9	48	

daher 216 | 4 24/48 Wochen = 4 1/2 Wochen.
:48 |
192 |
Rest 24

24 Personen haben also wieder 4 24/48 oder 4 1/2 Wochen, weil man den Bruch 24/48 mit 24 abkürzen kann.

Die Probe kann man auch reesisch machen, wenn man am Vertikalstriche links die jetzigen Fragglieder unter einander sezt, und sagt: „wie lange haben daran 12 Personen?" und rechts die jetzigen Bedingungsglieder, indem man sagt: „wenn 24 Personen sich davon ernähren können 2 1/4 Wochen:"

Woch. x?	24 Pers.	daher x?		24 —
Pers. 12	$2\,{}^1/_4$ Woch.		12 —	9
			4 —	4 —
			2	2 —
			2	9, also $^9/_2$ W.

12 Personen können sich also $^9/_2$ oder $4\,^1/_2$ Wochen davon ernähren.

II. Beispiel:

Wenn das Schäffel Waitzen 9 fl. 20 kr. kostet, so soll ein Zwei=Pfenning=Brod $8\,^1/_2$ Loth wägen, — wie schwer wird es sein, wenn das Schäffel 15 fl. kostet?

Hier findet das umgekehrte Verhältniß statt; je mehr nämlich das Getraid gilt, desto leichter wird das Brod; man setze wie vorhin an, mache aber alle Gulden zu Kreutzer, und verfahre auf die vorige Art.

Guld.	kr.	Loth.	Guld.	Loth
9	20	$8\,^1/_2$	15	x?
×60		×2	×60	
540		17	900	
+20			×2	
560			1800	
×17				
3920				
560				
9520				

daher 952(0 : 180(0 | $5\,^{52}/_{180}$ Loth.
900
Rest - 52

Dasselbe wird also jezt $5\,^{52}/_{180}$ Loth, oder

$5\,{}^{13}/_{45}$ Loth schwer sein, weil man den Bruch $^{52}/_{180}$ mit 4 abkürzen kann.

Weil 20 Kreutzer der dritte Theil eines Guldens sind, so kann man $^{1}/_{3}$ fl. statt 20 kr. setzen; daher schreibe man reesisch:

Loth x?		ferner Loth x?	$9\,{}^{1}/_{3}$ fl.
fl. 15		fl. 15	$8\,{}^{1}/_{2}$ L.

daher x?	28	und wenn man	x?	14
15	~~3~~	mit 2 verkleinert:	15	17
3	17		3	98
2	~~2~~			14
			45	238,

also $^{238}/_{45} = 5\,{}^{13}/_{45}$ Loth,

da 238, mit 45 dividirt, zum Quotienten $5\,{}^{13}/_{45}$ giebt. Dasselbe ist demnach wieder $5\,{}^{13}/_{45}$ Loth schwer.

Zur Probe sage man umgekehrt: „Wenn beim Preise des Schäffels zu 15 fl. das Brod $5\,{}^{13}/_{45}$ Loth schwer ist, wie schwer ist es beim Preise des Schäffels von 9 fl. 20 kr.?“

fl.	Loth.	fl.	kr.	Loth
15	$5\,{}^{13}/_{45}$	9	20	x?
×60	×45	×60		
900	238	540		
×238		+20		
214200		560		
		×45		
		2800		
		224		
		25200		

daher 2142(00 | 8 $^{126}/_{252}$ Loth.
: 252(00
2016

Rest - 126

Es wird also beim Preise des Schäffels zu 9 fl. 20 kr. das Brod wieder 8 $^{126}/_{252}$ oder 8 $^{1}/_{2}$ Loth schwer sein, weil man den Bruch $^{126}/_{252}$ mit 126 verkleinern kann.

Wenn man 9 $^{1}/_{3}$ fl. statt 9 fl. 20 kr. schreibt, so kann man reesisch die Probe auf diese Weise machen, wenn man sagt: „wie schwer wird das Brod beim Preise des Schäffels zu 9 fl. 20 kr. oder 9 $^{1}/_{3}$ fl. sein, wenn es beim Preise des Schäffels zu 15 fl. 5 $^{13}/_{45}$ Loth schwer ist?“

Loth x?	15 fl.	daher	x?	15
fl. 9 $^{1}/_{3}$	5 $^{13}/_{45}$ Loth		$^{28}/_{3}$	$^{238}/_{45}$

und x?	15	dann durch Abkür-	x?	
28	238	zung mit 15, 7	4	34
45	3	und 3:	~~3~~	~~3~~
			4	34

Dividirt man endlich 34 mit 4, so erhält man wieder als die gesuchte Schwere des Brodes 8 $^{2}/_{4}$ oder 8 $^{1}/_{2}$ Loth, weil man den Bruch $^{2}/_{4}$ mit 2 abkürzen kann:

34 | 8 $^{2}/_{4}$ = 8 $^{1}/_{2}$ Loth.
: 4
32

Rest - 2

III. Beispiel:

Jemand braucht zu Kleidungsstücken 7 Ellen

Tuch, wenn dasselbe 2 Ellen Breit ist, — wie viel Tuch braucht man dazu, wenn es aber nur eine Breite von 3/4 Ellen hat?

Hier findet auch das verkehrte Verhältniß statt, da man desto mehr Tuch braucht, je schmäler oder weniger breit selbes ist; daher schreibe man: „wenn zu einer Breite von 2 Ellen erfordert werden 7 Ellen, wie viel braucht man bei einer Breite von 3/4 Ellen?“

Ell. Breite	Ellen	Ell. Breite	Ellen
2	7	3/4	x?

7
×2
———
14
×4
———
56

also 56 : 3 = 18 2/3 Ellen.
3
———
26
24
———
Rest -2

Man braucht demnach dazu 18 2/3 Ellen, wenn es 3/4 Ellen breit ist.

Wegen des umgekehrten Verhältnisses schreibt man reesisch an:

Ell. x?	2 Ell. Br.
Ell. Brt. 3/4	7 Ell.
	4
3	56

daher 56 : 3 = 18 2/3 Ellen. Man braucht also wieder 18 2/3 Ellen
3
———
26
24
———
Rest -2

Zur Probe sage man umgekehrt: „wie viel Tuch braucht man bei einer Breite von 2

Ellen, wenn man bei einer Breite von $^3/_4$ Ellen $18\,^2/_3$ Ellen braucht?“

Ell. Br.	Ell.	Ell. Br.	Ell.
$\frac{3}{4}$	$18\,^2/_3$	2	x?
	×3	×3	
	56	6	daher 168 : 24 = 168 | 7 Ellen
	×3	×4	---
	168	24	

Man braucht also 7 Ellen bei einer Breite von 2 Ellen.

Reesisch kann man die Probe auch so machen.

Ell. x?	$^3/_4$ Ell. Br.
Ell. Br. 2	$18\,^2/_5$ Ellen

daher

x?	~~3~~ / ~~4~~
~~2~~	
4	~~56~~ / ~~3~~
~~3~~	28
4	28

Weßwegen wieder 28 : 4 = 28 | 7 Ellen zum Vorschein kommen.
--

Man braucht demnach wieder 7 Ellen.

Anmerkung: Weil bei den ganzen Zahlen auch schon die Auflösung der einfachen verkehrten Regel-Detri vorgekommen ist, so war hier die Wiederholung der dort angeführten Regeln nicht mehr nöthig.

§. 104.

Die zusammengesezte gerade Regel-Detri, mit beigesezten Beispielen.

I. Beispiel:

Wenn 300 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozent 15 fl. Zins geben, — welchen Zins geben 900 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 ½ Prozent?

Kapital, Zeit und Prozente stehen mit dem zu bestimmenden Zinse im geraden Verhältnisse; denn je größer das Kapital ist, je längere Zeit es angelegt wird, und je mehr Zins man jährlich vom Hundert bezahlt, desto mehr Zins erhält man.

1) Man schreibe daher links an die Stelle des ersten Gliedes die Bedingungsglieder untereinander, welche das Kapital von 300 fl., dann die Zeit von 1 Jahr, und die 5 Prozente ausdrücken, wie hier folgt:

Kap. fl.	300
Jahr	1
Proz.	5

2) Rechts an die Stelle des zweiten Gliedes schreibe man den bekannten Zins, also die 15 fl., wie hier folgt:

Kap. fl.	300	15 fl. Zins
Jahr	1	
Proz.	5	

3) An die Stelle des dritten Gliedes schreibe man die Fragglieder „900 fl. Kapital, dann 6 Jahre, und 4 ½ Prozent," und an die Stel-

le des vierten Gliedes schreibe man den gesuchten Zins „x fl. ?"

Kap. fl. 300	15 fl. Z.	Kap. fl. 900	Z. fl. x?
Jahr 1		Jahr 6	
Proz. 5		Proz. 4 ½	

4) Man richte den Bruch ein, setze 9/2 statt 4 ½, und schreibe den Nenner 2 als Faktor zum ersten Gliede; dann multiplizire man die Faktoren des zweiten und dritten Gliedes mit einander, nämlich 900, dann 6, ferner 9 und 15, und thue eben dieses bei den Faktoren des ersten Gliedes, nämlich bei 300, dann bei 1, ferner bei 5 und 2, und dividire das erste Produkt 729000 mit dem Produkte 3000, es giebt der gefundene Quotient 243 fl. den verlangten Zins, wie man hier sieht:

Kap. fl. 300	15 fl. Z.	Kap. fl. 900	Z. fl. x?
Jahr 1		Jahr 6	
Proz. 5		Proz. 9	
2		~~2~~	

dann 300
×1
300
×5
1500
×2
3000, zweites Produkt;

daher 900
×6
5400
×9
48600
×15
243000
486
729000, 1stes Pr.

```
endlich  72 9(000 |
         : 3(0 00 | 243 fl.
           6      |
         ----
           12
           12
         ----
           --9
             9
         ----
             -
```

Es geben also 900 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 ½ Prozent unter der gesezten Bedingung 243 fl. Zins.

Will man nach reesischer Form durch Abkürzung oder Verkleinerung die Auflösung vornehmen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man mache den Vertikalstrich, setze links „x fl. Zins?“, und rechts die Fragglieder „900 fl. Kap., dann 6 Jahr und 4 ½ Proz.“ unter einander;

2) Links setze man in eben dieser Ordnung die gleichnamigen Bedingungsglieder „300 fl. Kap., dann 1 Jahr, und 5 Proz.“, und rechts hinüber den bekannten Zins, nämlich 15 fl.;

3) Rechts und links streiche man zur Abkürzung nach Aufhebung des Bruches gleich viel Nullen und die nämlichen Zahlen aus, und dividire, wenn es angeht, mit der nämlichen Zahl;

4) Endlich multiplizire man die Zahlen rechts und die Zahlen links mit einander, und dividire das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden, wie hier folgt:

1)

Z. fl. x?	900 fl. K.
	6 Jahr
	$4\frac{1}{2}$ Proz.

2)

Z. fl. x?	900 fl. K.
K. fl. 300	6 Jahr
Jahr 1	$4\frac{1}{2}$ Proz.
Proz. 5	15 fl. Z.

3)

x?	~~900~~
~~300~~	~~6~~
1	$\frac{9}{\not 2}$
~~5~~	~~2~~
~~2~~	~~15~~
	3
	3
	3

4)

x?	9
	3
1	3
1	3
	243 fl.

Weil 1 nichts dividirt, so erhält man wieder 243 fl. als den gesuchten Zins.

II. Beispiel:

Zur Probe für die vorstehende Auflösung des I. Beispiels setze man die Aufgabe:

Wenn 900 fl. Kapital in 6 Jahren zu $4\frac{1}{2}$ Prozent 243 fl. Zins geben, welchen Zins geben 300 fl. Kapital in 1 Jahr zu 5 Prozent?

Kap. fl.	900	243 fl. Z.	Kap. fl. 300	Z. fl. x?
Jahr	6	2	1	
Proz.	$\frac{9}{\not 2}$		5	

dann 900
× 6
5400
× 9.
48600

daher 243
× 2
486
× 300
145800
× 5
729000

endlich	7290(00	
	:486(00	15 fl.
	486	
	2430	
	2430	

Es geben also wieder 300 fl. Kapital in 1 Jahr zu 5 Prozent unter der angegebenen Bedingung 15 fl. Zins.

Nach reesischer Form mittels angebrachten Abkürzungen verfahre man auf diese Weise:

1) Z. fl. x?	300 fl. K.
	1 Jahr
	5 Prz.

2) Z. fl. x?	300 fl. K.
K. fl. 900	1 Jahr
J. 6	5 Prz.
Pr. 4 1/2	243 fl. Z.

3) x?	300
900	1
6	5
9	243
2	2
3	27
2	9
	3
0	15

Man bekommt also wieder den vorigen Zins, nämlich 15 fl.

§. 105.

Die zusammengesezte verkehrte Regel-Detri, mit beigesezten Beispielen.

I. Beispiel:

Eine Festung ist auf $2\frac{1}{2}$ Jahr für 15000 Mann mit Getraid versehen, wenn man täglich einem Manne 2 Pf. Brod giebt, — wie viele Lothe Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn sich vom nämlichen Getraide 24000 Mann 10 Monate ernähren sollen?

1) Je größer die Besatzung ist, und je längere Zeit sie sich vom nämlichen Vorrathe ernähren muß, eine desto kleinere Portion kann man täglich einem Manne geben; deßwegen sind hier die Bestimmungs-Größen mit den zu bestimmenden Größen im verkehrten Verhältnisse, und man hat eine Aufgabe der zusammengesezten verkehrten Regel-Detri;

2) Man schreibe an die Stelle des dritten Gliedes die bekannten Frageglieder „24000 Mann und 10 Monate"; damit aber die Glieder, welche die Zeit bestimmen, gleichnamig werden, so mache man die Monate zu Jahren; ein Monat ist der 12te Theil eines Jahres, also 10 Monate geben $\frac{10}{12}$ oder $\frac{5}{6}$ eines Jahres, weßwegen man statt 10 Monate $\frac{5}{6}$ Jahre schreibt; an die erste Stelle rechts oder in das erste Glied werden nach den bekannten Regeln die mit der Fragezahl gleichnamigen Größen, nämlich 15000 Mann und $2\frac{1}{2}$ Jahr gesezt, wie hier folgt:

M. 15000	M. 24000
J. $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$	J. $\frac{5}{6}$

3) An die Stelle des zweiten Gliedes wird das Bedingungsglied, und zwar 64 Loth statt 2 Pf. und an die lezte rechts die gesuchten „L. x" gesezt, wie hier folgt:

M. 15000	L. 64	M. 24000	L. x?
J. $\frac{5}{2}$		J. $\frac{5}{6}$	

Anmerkung: Nach den gegebenen Regeln müssen immerhin (§. 98. Ziffer 1., §. 99. Ziffer 1., und II. Beispiel Anmerkung 1) das erste und dritte, und das zweite und vierte Glied, welches leztere gesucht wird, gleichnamig sein.

Daraus geht auch hervor, daß die Bedingungsglieder in die erste und zweite, und die Fraglieder in die dritte und vierte Stelle zu stehen kommen (§. 103. I. Beispiel, Anmerk. 1).

4) Man hebe im ersten Gliede den Bruch 5/2 auf, indem man den Nenner 2 ausstreicht, und zu dem dritten Gliede als Faktor sezt, und in diesem Gliede hebe man den Bruch 5/6 auf, indem man den Nenner 6 ausstreicht, und ihn zu jenem Gliede als Faktor sezt. Jezt multiplizire man alle an der Stelle der im ersten und zweiten Gliede stehenden Zahlen, und thue dieses auch mit allen an der Stelle des dritten Gliedes stehenden Zahlen; endlich dividire man das erhaltene erste Produkt mit dem zweiten, und der gefundene Quotient giebt die verlangte Schwere des Brodes, wie hier folgt:

M.	15000	L. 64	M.	24000	L. x?
J.	×5		J.	×5	
	~~2~~			~~6~~	
	6			2	
	75000			120000	
	×6			×2	
	450 000			240000	
	×64				
	1'800.000				
	27 0				
	28'800.000				

daher

```
28'8 0(0.000 |
:24(0 0 00   | 120 Loth.
 24          |
-----
 -48
  48
-----
 - - 0
```

Man darf also unter der gesezten Bedingung täglich einem Manne 120 Loth, oder 3 Pfund 24 Loth geben, da 32 Loth ein Pfund betragen.

Will man nach reesischer Form durch Abkürzung oder Verkleinerung die Auflösung vornehmen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man mache den Vertikalstrich, setze links das Zeichen der gesuchten Lothe, nämlich „L. x ?“, und darunter die bekannten Fragglieder, als „24000 M. und 5/6 Jahr“;

2) Rechts schreibe man alle Bedingungsglieder unter einander, also „15000 M., dann 2 1/2 Jahr = 5/2 Jahr, und 64 Loth“;

3) Man hebe die Brüche durch Ausstreichung der Nenner und deren Versetzung auf die andere Seite des Vertikalsstrichs auf, und verkleinere auf die mögliche Weise;

4) Endlich multiplizire man die Zahlen rechts mit einander, und eben so die Zahlen links, und dividire das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden, wie hier folgt:

1)	
L. x?	
M. 24000	
J. 5/6	

2)	
L. x?	15000 M.
M. 24000	5/2 J.
J. 5/6	64 L.

3)	
L. x?	15000 M.
M. 24000	5/2 J.
J. 5/6	64 L.
2	6
8	2
	8
0	120

Da auf der linken Seite nichts bleibt, so kann auch nicht dividirt werden, daher man wieder 120 Loth, oder 3 Pfund 24 Loth erhält.

Zur Probe für die vorstehende Auflösung des I. Beispieles setze man die Aufgabe:

Eine Besatzung von 24000 Mann kann 10 Monate oder 5/6 Jahre von einem Vorrathe ernährt werden, wenn man täglich einem Manne 3 Pfund 24 Loth Brod giebt, — wie viele Lothe darf man täglich einem Manne geben, wenn vom nämlichen Getraidvorrathe 15000 Mann 2 1/2 oder 5/2 Jahre ernährt werden sollen?

Da man hier wegen des nämlichen Verhältnisses wieder eine Aufgabe der zusammengesezten verkehrten Regel-Detri hat, so verfahre man ganz auf die vorige Weise, nämlich:

M. 24000	M. 15000
J. 5/6	J. 5/2

M. 24000 L. 120 M. 15000 L. x?

$$\text{I.}\ \times\frac{5}{6}\qquad\qquad \text{I.}\ \times\frac{5}{2}$$

1 200 00	75000
×2	×6
2 400 00	450000
×1 20	
4'800.000	
24	
28'800.000	

endlich

$$\begin{array}{l|l} 28'8\,0(0.000 & \\ :45(0\,000 & 64 \text{ Loth} = 2 \text{ Pf.} \\ 270 & \\ \hline -180 & \\ 180 & \\ \hline --- & \end{array}$$

Man darf also wieder jedem Manne täglich 64 Loth oder 2 Pfund geben.

Nimmt man die Auflösung in reesischer Gestalt mittels der Verkleinerung oder Abkürzung vor, so verfahre man ebenfalls auf die vorige Weise:

$$\begin{array}{ll|rl} \text{L.} & x? & 24000 & \text{M.} \\ \text{M.} & 15000 & 5/6 & \text{I.} \\ \text{I.} & 5/2 & 120 & \text{L.} \end{array}$$

daher	x?	24000
	15000	5
	5	6
	2	120
	6	2
		8
		4
	0	64

Weil links nichts übrig bleibt, womit man dividiren kann, so darf man wieder jedem Manne täglich 64 Loth oder 2 Pfund geben.

§. 106.
Die zusammengesezte gerade und verkehrte Regel-Detri zugleich, mit einem beigesezten Beispiele.

Beispiel:

Wenn 20 Arbeiter in 15 Tagen, im Falle sie täglich 8 Stunden arbeiten, eine Mauer verfertigen, die 40 Fuß lang, 1 ½ oder $^3/_2$ Fuß dick, und 20 Fuß hoch ist, — wie viel Zeit werden 40 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, zu 2 Mauern verwenden, wovon jede 50 Fuß lang, 2 Fuß dick, und 30 Fuß hoch ist?

Weil die Auflösung dieser Aufgabe ohne Verkleinerung nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze zu beschwerlich wäre, so verfahre man mittels der Abkürzungen in reesischer Form auf folgende Weise:

1) Damit man die ganze Aufgabe mit einem Blicke übersehen, und leichter untersuchen kann, in welchem Verhältnisse die Größen zu einander stehen, mache man sich einen sogenann-

ten Vorbereitungs-Ansaz, indem man links alle Bedingungsglieder, und rechts alle Frageglieder in eben dieser Ordnung unter einander schreibt, und allemal die gleichartigen Größen durch einen Doppelpunkt (:) trennt, wie hier folgt:

Arb.	20	:	40
St.	8	:	10
M.	1	:	2
F. L.	40	:	50
F. D.	3/2	:	2
F. H.	20	:	30
Tag	15	:	x?

2) Nun vergleiche man alle Bestimmungsgrößen mit den zu suchenden Tagen, damit man weiß, ob das gerade oder verkehrte Verhältniß da ist, und mache zur Unterscheidung beim verkehrten Verhältnisse an die Größen einen Querstrich (—), und beim geraden Verhältnisse ein Kreuz (+). Die Arbeiter und Stunden stehen mit den Tagen im verkehrten Verhältnisse, dagegen aber mit der Anzahl der Mauern und ihrer Größe im geraden; man braucht nämlich desto weniger Tage, je mehr es Arbeiter sind, und je mehr Stunden sie täglich arbeiten: und man braucht desto mehr Tage, je mehrere Mauern man errichten soll, je länger, dicker und höher diese werden sollen; deßwegen bezeichnet man die Größen so:

—	Arb.	20	:	40
—	St.	8	:	10
+	M.	1	:	2
+	L.	40	:	50
+	D.	3/2	:	2

+ H. 20 : 30
T. 15 : x?

3) Man mache den Vertikalstrich, schreibe links das Zeichen der gesuchten Tage „T. x?“, und rechts 15 Tage; dann schreibe man unter x wegen des verkehrten Verhältnisses die Frageglieder „40 Arb. und 10 St.“, und wegen des geraden Verhältnisses darunter die Bedingungsglieder „1 M., dann 40 F. Länge, ferner $^3/_2$ Fuß Dicke, und 20 F. Höhe“; und rechts hinüber setze man der Ordnung nach allemal die gleichartigen und gleichnamigen Größen, wie hier folgt:

T.	x?	
Arb.	40	
St.	10	
M.	1	
F. L.	40	
F. D.	$^3/_2$	
F. H.	20	

dann

T.	x?	15	T.
Arb.	40	20	Arb.
St.	10	8	St.
M.	1	2	M.
F. L.	40	50	F. L.
F. D.	$^3/_2$	2	F. D.
F. H.	20	30	F. H.

4) Man hebe den Bruch auf, und nehme die möglichen Verkleinerungen vor:

x?	15
~~40~~	~~20~~
1~~0~~	8
1	~~2~~
~~40~~	~~50~~
~~3~~	~~2~~
~~2~~	~~30~~
~~20~~	2
~~5~~	30
~~2~~	
1	

Weil 1 nichts dividirt, so hat man jezt 30 Tage als die gesuchte Zahl gefunden; in dieser Zeit werden nämlich die 2 Mauern nach den gesezten Bedingungen errichtet werden.

Anmerkung: Weil jezt für alle möglichen Fälle in Absicht auf die Aufgaben der Regel-Detri die Regeln aufgestellt sind, so dürfte man zur Probe bei diesem Beispiele, wo 13 Glieder oder Sätze gegeben sind, jedes bekannte Glied als unbekannt annehmen, und man würde es, wenn die Rechnung richtig ist, und man auf die eben gezeigte Weise verfährt, wieder finden.

§. 107.

Beispiele zur Uebung.

I.

Aus 12 Pfund Unschlitt können 100 Kerzen gegossen werden, — wie viel hat man Unschlitt zu einer Lieferung von 6840 solcher Kerzen nöthig?

II.

Wie viel Mann können in 18 3/4 Tagen so viel verdienen, als 50 Mann in 24 Tagen?

III.

Wenn man von 18 Pfund Garn 40 1/2 Ellen 5 Viertel breite Leinwand weben kann, — wie viel Garn braucht man zu 85 1/2 Ellen 10 Viertel breite Leinwand?

IV.

Ein Acker ist 315 Schuh lang, 128 Schuh breit, und hat 280 fl. gekostet, — wie viel ist ein anderer Acker werth, der 245 Schuh lang, und 96 Schuh breit ist?

V.

Aus vorgenommenen Versuchen und Beobachtungen weiß man, daß die Bewegung des Schalles, der in einer Sekunde, im Falle die Luft ruhig ist, 173 Toisen, oder 1038 Pariser Fuß zu-

rücklegt, gleichförmig, und somit die Zeit der Bewegung mit den zurückgelegten Weiten im geraden Verhältnisse ist.

Ferner bewegt sich das Licht mit einer sehr großen Geschwindigkeit, indem sich dasselbe in einer Sekunde 72420 Meilen fortpflanzt; deßwegen darf man ohne einen merklichen Fehler annehmen, daß der Donnerknall in dem nämlichen Augenblicke in einer Wolke erzeugt werde, da man den Bliz sieht.

Wenn nun eine Person von jener Zeit an, als sie den Bliz gesehen hat, 12 Sekunden zählet, bis sie den Donnerknall höret, wie weit ist dann die Wetterwolke von derselben entfernt?

III. Abschnitt.

Von verschiedenen im gemeinen Leben vorkommenden, Rechnnngsfällen.

§. 108.

a) Aufgaben der Regel=Detri mit vorkommenden Reduktionen und einem beigesezten Beispiele.

Beispiel:

Da früherhin schon gezeigt wurde, daß man bei dem gewöhnlichen Regel=Detri=Ansatze die Zentner auf Quinteln reduziren, dann nach der einfachen geraden Regel=Detri den Werth der=

selben in Hällern berechnen, und diese auf Gulden reduziren müße, so verfahre man kürzer nach dem reesischen Ketten-Ansatze, oder nach der Ketten-Regel, auf diese Weise:

1) Man setze nach gleichen Namen und Werthen an, „wie viel Gulden kosten 15 Zentner, wenn 1 Zentner 100 Pfund, 1 Pfund 32 Loth, und 1 Loth 4 Quinteln hat, ferner wenn 1 Quintel $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ Häller kostet, dann 8 Häller 1 Kreutzer, und 60 Kreutzer 1 Gulden geben?“

fl.	x?	15	Ct.
Ct.	1	100	tb.
tb.	1	32	L.
L.	1	4	Q.
Q.	1	$\frac{5}{2}$	H.
H.	8	1	kr.
kr.	60	1	fl.

2) Man hebe den Bruch auf, und verkleinere auf die mögliche Weise:

x?	15
1	100
1	32
1	4
1	$\frac{5}{2}$
8	1
60	1

x?	15
1	100
1	32
1	4
1	5
8	2
60	1
2	1
2	4
	2
	5

0 | 1000

10
×4
40
×5
200
×5
1000

15 Zentner kosten also unter dieser Bedingung 1000 fl.

Probe:

Zur Probe sage man umgekehrt, „was kostet 1 Quintel, wenn 15 Zentner 1000 fl. kosten?“

Daher setze man nach der Ketten-Regel an:

„Wie viel Häller kostet 1 Quintel, wenn 4 Quinteln 1 Loth, 32 Loth ein Pfund, und 100 Pfund 1 Zentner geben, und wenn 15 Zentner 1000 fl. kosten, dann 1 Gulden 60 Kreutzer, und 1 Kreutzer 8 Häller hat?“

Hllr.	x?	1	Q.
Q.	4	1	L.
L.	32	1	Pf.
Pf.	100	1	Ztr.
Zt.	15	1000	fl.
fl.	1	60	kr.
kr.	1	8	Hllr.

daher

x?	1
~~4~~	1
~~32~~	1
~~100~~	1
~~15~~	~~1000~~
1	~~60~~
1	~~8~~
~~4~~	~~4~~
2	5
2	5

also	5	
	:2	2 ½ Häller
	4	
Rest	1	

1 Quintel kostet also wieder 2 ½ Häller.

Anmerkung: Man sieht hier, daß sich solche Aufgaben auf vorstehende Weise nach dem Ketten-Ansatze, oder der Ketten-Regel sehr bequem ansetzen, und berechnen lassen.

§. 109.

b) Die einfache Gesellschafts-Regel, mit einem beigesezten Beispiele.

Die Gesellschafts-Regel (Regula Societatis) hat ihre Benennung vom Worte „Gesellschaft;“ darunter versteht man diejenige Regel, nach welcher, wenn mehrere Personen eine gewisse Summe zusammen legen, nach der Größe der Einlagen der gemeinschaftliche Gewinnst oder Verlust vertheilt wird.

Man muß dabei alle Einlagen in eine Summe bringen, und nach der geraden einfachen Regel-Detri ansetzen: „wenn auf die Summe aller Einlagen der ganze Gewinnst trifft, wie viel trifft auf die jedesmalige Einlage?“

Beispiel:

Drei Kaufleute legen eine Summe zusammen; der erste 450 fl., der zweite 560 fl., und der dritte 790 fl., — was trifft jedem seiner Einlage gemäß?

1) Man bringe diese drei Einlagen in eine Summe;

Es ist diese gleich 1800 fl., da

A)	450 fl.
B)	560 -
C)	790 -
Summe =	1800 fl.

2) Man setze nun an:

a) Einl. fl.	Gew. fl.	Einl. fl.	Gew. fl.
1800	500	450	x ?

450
×500

22500∅∅
: 18∅∅
18
-45
36
-90
90
--

125 fl. Gewinn des ersten.

dann

b) E. fl.	G. fl.	E. fl.	G. fl.
1800	500	560	x ?

560
×500

28000∅∅
: 18∅∅
18
100
90
100
90
Rest 10

$155\,^{10}/_{18}$ fl. = $155\,^{5}/_{9}$ fl. Gewinn des zweiten, da man den Bruch $^{10}/_{18}$ mit 2 abkürzen kañ.

und

c) E. fl. G. fl. E. fl. G. fl.
1800 500 790 x?

$$790 \times 500 = 3950\not0\not0 : 18\not0\not0 = 219\,{}^{8}/_{18}\text{ fl.}$$

```
  790
 ×500
 -------
 3950ØØ |
 :18ØØ  | 219 8/18 fl. =
  36    | 219 4/9 fl. Ge-
 -------
  -35
   18
 ------
  170
  162
 ------
Rest --8
```

219 $^{8}/_{18}$ fl. = 219 $^{4}/_{9}$ fl. Gewinn des dritten, da man den Bruch $^{8}/_{18}$ wieder mit 2 abkürzen kann.

Probe:

Zur Probe bringe man die drei gefundenen Partial-Gewinne in eine Summe, welche, wenn die Rechnung richtig ist, wieder den Total-Gewinn, d. i., den ganzen Gewinn von 500 fl. betragen müssen.

Erster Gewinn	= 125	fl.
Zweiter -	= 155 $^{5}/_{9}$	fl.
Dritter -	= 219 $^{4}/_{9}$	fl.
Summe aller drei Gewinne	= 500	fl.

Anmerkung: 1) Ohne besondere Anweisung kann man aus den bei der einfachen geraden Regel-Detri aufgestellten Regeln ermessen, wie sich solche Aufgaben auch bequem durch reesischen Ansaz mittels der Abkürzung oder Verkleinerung auflösen lassen.

2) Folgende Aufgaben werden auch ganz nach der nämlichen Anweisung, wie bei der einfachen Gesellschafts-Regel gelöset:

a) Die Vermischungs-Rechnung, welche die Regeln angiebt, nach welchen die Größe der verschiedenen Bestandtheile bestimmt wird, woraus eine Sache nach einem festgesezten Verhältnisse zusammengesezt werden soll;

b) Die Steuer-Rechnung, bei welcher im Verhältnisse der Steuer, welche die Mitglieder des Staates bezahlen müssen, die Größe gewisser Lasten oder Vortheile bestimmt wird;

c) Die Brandassekuranz-Rechnung, bei welcher gewöhnlich bekannt gemacht wird, was man jährlich vom Hundert zu bezahlen hat, um darnach die Beiträge der einzelnen Mitglieder nach dem angenommenen Werthe ihrer Gebäude zu berechnen.

§. 110.

c) Die zusammengesezte oder doppelte Gesellschafts-Rechnung, mit einem beigesezten Beispiele.

Wenn neben der Einlage auch die Zeit, binnen welcher die Einlage zum gemeinschaftlichen Zwecke hergegeben wird, zu berücksichtigen ist, um die Größe des Gewinnes oder Verlustes zu berechnen, so findet die zusammengesezte Gesellschafts-Rechnung statt.

Man muß dabei immer die Einlage mit ihrer Zeit multiplizieren, dann die erhaltenen Produkte addiren, und hierauf nach der einfachen Gesellschafts-Rechnung verfahren:

Beispiel:

Drei Kaufleute machen eine Gesellschaft. Der Kaufmann A legt 4000 fl. 8 Monate, B 6000

fl. 4 Monate, und C 8000 fl. 10 Monate; sie gewinnen 12000 fl., — wie viel gewinnt nun jeder im Verhältnisse zur Einlage, und zur Zeit zugleich?

1) Man multiplizire allemal die Einlage mit der Zeit, und bringe die Produkte in eine Summe; es ist

A) $4000 \times 8 = 32000$,
B) $6000 \times 4 = 24000$,
C) $8000 \times 10 = 80000$,

Summe = 136000;

2) Man setze nach der einfachen geraden Regel-Detri an:

	Summe	G. fl.	Produkt	G. fl.
a)	136000	12 000	32000	x?

```
   12 000
  ×32
  -------
   24
  36
  ------------
  384'000.000
  : 13 6000
  272
  -----
  112 0
  108 8
  -----
  --3 20
    2 72
    ----
    -480
     408
    ----
 Rest -72
```

$2823\,{}^{72}/_{136}$ fl. = $2823\,{}^{9}/_{17}$ fl., Gewinn von A, weil man den Bruch ${}^{72}/_{136}$ mit 8 verkleinern kann.

dann

Summe	G. fl.	Produkt.	G. fl.
b) 136000	120 00	24000	x?

×24
48
24
288′000.øøø
: 13 6øø ø
272
-160
136
-240
136
1040
952
Rest -88

2117 $^{88}/_{136}$ fl. = 2117 $^{11}/_{17}$ fl., Gewinn des B, da man den Bruch $^{88}/_{136}$ mit 8 verkleinern kann.

und

Summe	G. fl.	Produkt	G. fl.
c) 136000	120 00	80000	x?

×8
960′000.øøø
: 13 6øø ø
952
-800
680
1200
1088
Rest - 112

7058 $^{112}/_{136}$ fl. = 7058 $^{14}/_{17}$ fl., Gewinn des C, da man den Bruch $^{112}/_{136}$ mit 8 abkürzen kann.

3) Zur Probe zähle man diese drei Gewinne zusammen, es muß ihre Summe den ganzen Gewinn von 12000 fl. betragen:

A)	2823 9/17	fl.
B)	2117 11/17	=
C)	7058 14/17	=
Summe =	12000	fl.

§. 111.

d) Das Dezimalmaaß in das Duodezimalmaaß, und umgekehrt, zu verwandeln, mit beigesezten Beispielen.

1) Der Fuß oder Schuh hält im Dezimalmaaße 10 Zoll, und im Duodezimalmaaße 12 Zoll (§. 46.); es sind daher 10 Dezimalzoll = 12 Duodezimalzoll, und umgekehrt 12 Duodezimalzoll geben 10 Dezimalzoll, weil man im ersten Falle den Fuß in 10 gleiche Theile, und im zweiten Falle den nämlichen Fuß in 12 gleiche Theile abtheilet, und jene Dezimalzoll, diese hingegen Duodezimalzoll nennt.

Anmerkung: Was hier vom Fuß gesagt wird, ist eben so vom Zoll, von der Linie 2c. zu verstehen, wie dieses aus den beiden im §. 46. angeführten Tabellen ersichtlich.

Bei der Reduktion des Dezimalmaaßes in das Duodezimalmaaß, und umgekehrt, hat man jederzeit eine Aufgabe der einfachen geraden Regel=Detri, um deßwillen geschieht dieselbe nach folgenden Regeln:

a) Ist das Dezimalmaaß auf das Duodezimalmaaß zu reduziren, so mache man den Ansaz: „Wie viel Duodezimalfuß (Zoll — Linien —

Punkte) geben die zu reduzirenden Dezimalfuß (Zoll — Linien — Punkte), da 10 Dezimalfuß (Zoll — Linien — Punkte) 12 Duodezimalfuß (Zoll — Linien — Punkte) geben?“

b) Ist aber das Duodezimalmaaß in das Dezimalmaaß zu verwandeln, so mache man folgenden Ansaz: „Wie viel Dezimalfuß (Zoll — Linien — Punkte) geben die zu reduzirenden Duodezimalfuß (Zoll — Linien — Punkte), da 12 Duodezimalfuß (Zoll — Linien — Punkte) 10 Dezimalfuß (Zoll — Linien — Punkte) geben?“

2) Der Quadratfuß hält im Dezimalmaaße 100, und im Duodezimalmaaße 144 Quadratzoll (§. 47.); um deßwillen sind 100 Dezimalquadratzoll = 144 Duodezimalquadratzoll, und umgekehrt 144 Duodezimalquadratzoll, geben 100 Dezimalquadratzoll, wie dieses aus den im §. 47. angeführten Tabellen ersichtlich ist.

Die Reduktion geschieht hier nach folgenden Regeln:

a) Sind z. B. Dezimal □ Zoll auf Duodezimal □ Zoll zu reduziren, so macht man folgenden Ansaz: „Wie viel Duodezimal □ Zoll geben die zu reduzirenden Dezimal □ Zoll, da 100 Dezimal □ Zoll 144 Duodezimal □ Zoll geben?“

b) Sind aber z. B. Duodezimal □ Zoll auf Dezimal □ Zoll zu reduziren, so macht man diesen Ansaz: „Wie viel Dezimal □ Zoll geben die zu reduzirenden Duodezimal □ Zoll, da 144 Duodezimal □ Zoll 100 Dezimal □ Zoll geben?“

3) Der Kubikfuß hält im Dezimalmaaße 1000, und im Duodezimalmaaße 1728 Kubik-

zoll; daher sind 1000 Dezimal-Kubikzoll = 1728 Duodezimal-Kubikzoll, und umgekehrt 1728 Duodezimal-Kubikzoll geben 1000 Dezimal-Kubikzoll (§. 48.).

a) Sind z. B. Dezimal-Kubikzoll auf Duodezimal-Kubikzoll zu reduziren, so mache man diesen Ansaz: „Wie viel Duodezimal-Kubikzoll geben die zu reduzirenden Dezimal-Kubikzoll, da 1000 Dezimal-Kubikzoll 1728 Duodezimal-Kubikzoll geben?“

b) Sind aber z. B. Duodezimal-Kubikzoll auf Dezimal-Kubikzoll zu reduziren, so mache man folgenden Ansaz: „Wie viel Dezimal-Kubikzoll geben die zu reduzirenden Duodezimal-Kubikzoll, da 1728 solche Kubikzoll 1000 Dezimal-Kubikzoll geben?“

Beispiele:

1) Wie viel Duodezimal □ Zoll geben 40830 Dezimal □ Zoll?

2) Die gesezmäßige Größe des baierischen Schäffels beträgt 208 baierische Maaß, oder 8944 baierische Dezimal-Kubikzoll (§. 50. Lit. b.), wie viel hält nun dasselbe baier. Duodezimal-Kubikzoll?

Man setze reesisch an:

1) Wie viel Duodezimal □ Zoll geben 40830 Dezimal □ Zoll, wenn 100 Dezimal □ Zoll 144 Duodezimal □ Zoll geben?

2) Wie viel Duodezimal-Kubikzoll geben 8944 Dezimal-Kubikzoll, wenn 1000 solche Kubikzoll 1728 Duodezimal-Kubikzoll geben?

1) Duod. □ Z.	x?	40830	Dez. □ Zoll
Dez. □ Z.	100	144	Duod. □ Zoll

es ist x = 58795 $^1/_5$ Duod. □ Zoll.

40830 Dezimal □ Zoll geben daher 58795 $^1/_5$ Duodezimal □ Zoll.

Probe:

Dez. □ Z.	x?	58795 $^1/_5$	Duod. □ Zoll
Duod. □ Z.	144	100	Dez. □ Zoll

es ist x = 40830 Dezimal □ Zoll.

58795 $^1/_5$ Duodezimal □ Zoll geben daher wieder 40830 Dezimal □ Zoll.

2) Duod. K. Z.	x?	8944	Dez K. Z.
Dez. K. Z.	1000	1728	Duod. K. Z.

daher ist x = 15455 $^{232}/_{1000}$ Duod. K. Z.

Es geben also 8944 baierische Dezimal-Kubikzoll 15455 $^{232}/_{1000}$ baier. Duodezimal-Kubikzoll.

Probe:

Dez. K. Z.	x?	15455 $^{232}/_{1000}$	Duodez. K. Z.
Duod. K. Z.	1728	1000	Dez. K. Z.

es ist x = 8944 Dez. K. Z.

§. 112.

e) Von der Progressions-Regel, mit beigesezten Beispielen.

I. Beispiel:

Unter 25 Soldaten wird von ihrem Hauptmanne eine gewisse Summe Geldes so ausgetheilt, daß der erste 1 fl., der zweite 2 fl., der dritte 3 fl. ꝛc., und somit jeder nächstfolgende

um 1 fl. mehr erhält; — wie groß war die Summe des ausgetheilten Geldes?

1) Man addire die erste Zahl zur lezten, also 1 zu 25, und multiplizire die Summe 26 mit der Anzahl der Soldaten, das ist, mit 25, und 25 × 26 = 650;

2) Das Produkt 650 halbire man, das heißt, man dividire es mit 2, und 650 : 2 = 325.

Die ganze Summe des ausgetheilten Geldes betrug also 325 fl.

II. Beispiel:

Wenn man alle Zahlen, wie sie in der natürlichen Ordnung fortlaufen, von 1 bis 1000 addiren wollte, wie groß ist ihre Summe?

Da in unserm Zahlensysteme jede folgende Zahl um 1 größer wird, so hat man wieder eine arithmetische Progression oder Reihe; daher verfahre man wie vorhin:

1) Man addire 1 zu 1000, und multiplizire 1001 mit 1000, das ist, 1001 × 1000 = 1'001.000;

2) Man dividire 1'001.000 mit 2, und 1'001.000 : 2 = 500500.

III. Beispiel:

Jemand schickt einen Bothen 88 Meilen weit, und giebt ihm für die erste Meile 1 Groschen, für die zweite 2, für die dritte 3 Groschen, und so fortgesezt; — wie viel beträgt der ganze Bothenlohn?

1) Man addire 1 zu 88, und multiplizire 89 mit 88 als der Anzahl der Meilen; 89 × 88 = 7832;

2) Die Zahl 7832 dividire man mit 2, 7832 : 2 = 3916;

3) Die 3916 Groschen mache man durch die Division mit 20 zu Gulden; 3916 : 20 = 195 $^{16}/_{20}$ fl.;

Der ganze Bothenlohn beträgt also 195 $^{16}/_{20}$ fl., oder 195 fl. und 16 Groschen, oder 195 fl. und 48 Kreuzer.

§. 113.

f) Die Regula Falsi, mit beigesezten Beispielen.

Bei der Regula Falsi nimmt man eine beliebige Zahl an, doch so, daß in selber die in der Aufgabe bestimmten Theile ohne Rest aufgehen; mit dieser Zahl verfährt man dann nach den Bedingungen der Aufgabe. Die gefundenen Zahlen addirt man; die Summe giebt für den Ansaz der einfachen geraden Regel-Detri das erste Glied, die beliebig angenommene Zahl wird das zweite Glied, und die sonst aus der Aufgabe bekannte Zahl wird das dritte Glied; nach der Regel-Detri wird dann das zweite und dritte Glied mit einander multiplizirt, und das Produkt mit dem ersten Gliede dividirt, um die anfangs verlangte Zahl zu finden.

I. Beispiel:

Ein Sohn fragt seinen Vater um sein Alter. Der Vater antwortet: wenn du noch so alt wärest, dann halb so alt, ferner ein Viertel so alt, und um 1 Jahr älter, dann wärest du 100 Jahre alt.

1) Man nehme eine Zahl an, die sich durch 2 und 4 ohne Rest theilen läßt, etwa 12;

2) Nun setze man von dieser Zahl das Zweifache, dann die Hälfte, und das Viertel, bringe diese drei Zahlen in eine Summe, und vermindere 100 um 1, weil nach der Bedingung der Aufgabe jene drei Theile 1 weniger als 100 geben.

Angenommene Zahl		12,
ihr Zweifaches	=	24
ihre Hälfte	=	6
ihr Viertel	=	3
Summe	=	33.

3) Jezt mache man der gegebenen Vorschrift gemäß den Regel-Detri-Ansaz, und suche das vierte Glied:

33	12	99	x?
	×99		1188
	108		:33 — 36 Jahr.
	108		99
	1188		198
			198

Der Sohn war also 36 Jahr alt.

4) Zur Probe setze man von 36 Jahren das Zweifache, dann die Hälfte, und das Viertel, und man muß, wenn man noch 1 dazu addirt, 100 erhalten:

das Zweifache von 36 ist	=	72,
die Hälfte davon ist	=	18,
das Viertel ist	=	9,
und 1 ist	=	1,
Summe	=	100 Jahre.

II. Beispiel:

Jemand wird gefragt, wie viel er Geld in seiner Kassa habe. Dieser antwortet: er wisse es eigentlich nicht, doch seie ihm so viel bekannt, daß ein Drittel, ein Viertel und ein Fünftel seines Geldes zusammen 4700 fl. betragen.

1) Weil bei diesen drei Theilen die Zahlen 3 dann 4 und 5 vorkommen, so multiplizire man diese drei Zahlen mit einander; es ist $3 \times 4 \times 5 = 60$, und 60 ist durch 3, dann durch 4 und durch 5 ohne Rest theilbar.

2) Von dieser Zahl 60 setze man ein Drittel, ein Viertel und ein Fünftel:

Angenommene Zahl	60
ein Drittel davon ist	20,
ein Viertel - -	15,
ein Fünftel - -	12,
Die Summe ist	= 47.

3) Nun mache man den Regel-Detri-Ansaz, und suche das vierte Glied:

47	60	4700	x?
		×60	
		282000	
		:47	6000 fl.
		282	
		...	

In der Kassa waren also 6000 fl.

4) Zur Probe setze man von 6000 fl. die angezeigten Theile, ihre Summe muß 4700 geben:

Von 6000 fl. ist ein	Drittel =	2000 fl.
= = = =	Viertel =	1500 fl.
= = = =	Fünftel =	1200 fl.
	Summe =	4700 fl.

III. Beispiel:

Zwei Soldaten wurden von jemand gefragt: wie viel Patronen sie haben? Sie antworteten: wenn wir noch so viel, halb so viel, ein Drittel so viel, und ein Viertel so viel, und noch 3 hätten, so wären es 373 Patronen.

1) Weil bei den Theilen die Zahlen 3 und 4 vorkommen, so multiplizire man 3 mit 4, es ist das Produkt 12, durch 3 und 4 ohne Rest theilbar.

2) Man setze die verlangten Zahlen, und subtrahire 3 von 373, der Rest ist noch 370,

Die angenommene Zahl 12,

ihr Zweifaches oder Duplum	= 24,
ihre Hälfte	= 6,
ihr Drittel	= 4,
ihr Viertel	= 3,
Summe	= 37.

3) Man mache den Regel = Detri = Ansaz, und suche das vierte Glied:

37	12	370	x?

```
        370
       ×12
       ----
        740
        37
       ----
       4440 |
       : 37 |  120 Patronen.
        37  |
       ----
        -74
         74
       ----
        --0
```

Sie haben also 120 Patronen.

4) Zur Probe setze man die genannten Theile, ihre Summe muß 373 Patronen geben.

Von 120	ist	das Duplum	=	240	Patr.
=	=	= die Hälfte	=	60	=
=	=	= ein Drittel	=	40	=
=	=	= ein Viertel	=	30	=
		und 3	=	3	=
		Summe	=	373	Patronen.

§. 114.

g) Von der Ambulations-Regel, mit beigesezten Beispielen.

I. Beispiel:

Ein Bothe macht täglich 6 Meilen, nach 10 Tagen wird ihm ein anderer nachgeschikt, der täglich 8 Meilen zurücklegt, — wann wird der zweite den ersten einholen?

1) Man subtrahire die 6 Meilen von den 8 Meilen, und setze den Rest 2 im Regel-Detri-Ansaz als das erste Glied; dann setze man die 6 Meilen als das zweite Glied, und die 10 Tage als das dritte, und suche das vierte Glied, das die gesuchte Anzahl der Tage ausdrückt:

2	6	10	x?
	×10		
	60		
	:2	30 Tage.	
	6		
	-0		

Der zweite Bothe wird also den ersten in 30 Tagen einholen.

2) Da es auch die Voraussetzung ist, daß beide vom nämlichen Orte ausgehen, so berechne man zur Probe den von beiden zurückgelegten Weg, er muß gleich groß sein:

a) Der erste Bothe macht täglich 6 Meilen, wie viel Meilen hat er in den 10 Tagen zum Voraus zurückgelegt?

T.	M.	T.	M.
1	6	10	x?
	×10		
	60 Meilen		

b) Derselbe macht täglich 6 Meilen, wie viel legt er noch in den 30 Tagen zurück?

T.	M.	T.	M.
1	6	30	x?

×30
180 Meilen
und 60 =

240 Meilen legte der erste in allem zurück.

c) Der zweite legt in einem Tage 8 Meilen zurück, wie viel legt er in 30 Tagen zurück?

T.	M.	T.	M.
1	8	30	x?

×30
240 Meilen

Der zweite Bothe macht demnach in 30 Tagen den gleich großen Weg von 240 Meilen, weßhalb sie in dieser Zeit beisammen sind.

II. Beispiel:

Ein Hund jagt einem Fuchs nach; der Fuchs ist 140 Sprünge vor dem Hunde, und so oft der Fuchs 5 Sprünge macht, macht der Hund 7 Sprünge; — in wie viel Sprüngen wird der Fuchs eingeholt?

Man subtrahire 5 von 7, und sage: 2 Sprünge geben 7 Sprünge, was geben 140 Sprünge?

Spr.	Spr.	Spr.	Spr.
2	7	140	x?

×7
Summe 980

```
dann  980 |
       :2 | 490 Sprünge.
       8  |
      ----
       18
       18
      ----
      --0
```

Der Fuchs wird also in 490 Sprüngen eingeholt.

III. Beispiel.

Bekanntlich beträgt der Umfang unserer Erdkugel 5400 deutsche Meilen, und man nimmt an, der Umfang eines Zirkels (Kreises) verhalte sich zu seinem Durchmesser, wie 22 zu 7, — welchen Durchmesser hat demnach unsere Erde?

Nach der einfachen geraden Regel=Detri sage man: 22 verhält sich zu 7 wie 5400 zum gesuchten Durchmesser:

```
22      7      5400         x?
               ×7
              -----
              37800 |
               :22  | 1718 4/22 = 1718 2/11
               22   | deutsche Meilen.
              -----
               158
               154
              -----
               --40
                 22
              -----
                180
                176
              -----
Rest            --4
```

Der Durchmesser der Erde beträgt demnach 1718 2/11 deutsche Meilen.

Anmerkung: 1) Archimedes von Syrakus fand zuerst, daß, wenn man den Durchmesser in sieben gleiche Theile zertheilet, der Umkreis zwei und zwanzig solcher Theile in sich enthalte. Weit genauer läßt sich nach Ludolph von Köln dieses Verhältniß dadurch angeben, daß man den Durchmesser in 100 Theile theilet, wonach die Peripherie (Umkreis) 314 solcher Theile enthält.

2) Berechnet man nach der Angabe des Letzteren den Durchmesser der Erde, so erhält man als selben 1719 238/314 = 1719 119/157 deutsche Meilen; daher sagt man auch öfters, der Durchmesser der Erde betrage 1720 deutsche oder geographische Meilen.

§. 115.

h) Von der Repartition des Wache-Dienstes, mit beigesezten Beispielen.

Unter Repartition — Eintheilung des Wache-Dienstes versteht man die Berechnung, aus welcher gefunden wird, wie viel es von jeder einzelnen Militär-Abtheilung nach der verhältnißmäßigen Stärke ihrer dienstmachenden Soldaten zum erforderlichen ganzen Quantum, welches mehrere Abtheilungen auf die Wache geben müssen, täglich Leute auf die Wache trifft.

1) Man muß alle Abtheilungen in eine Summe bringen, und sagen: „wenn auf die Summe aller Abtheilungen das ganze Quantum trifft, wie viel trifft auf jede einzelne Abtheilung?“

2) Da es sich immer ergiebt, daß beinahe

bei jeder Abtheilung ein Bruch zum Vorschein kommt, und somit die gefundenen Ganzen nicht hinreichen können, das erforderliche Quantum zu erhalten, weil immer einige Mann in den Brüchen stecken, so müssen so viele Abtheilungen um einen Mann mehr geben, als die gefundenen Ganzen weniger ausmachen, bis das ganze Quantum herauskommt; zum Mehrgeben werden aber die Abtheilungen bestimmt, die die größten Brüche haben; das heißt, deren Zähler am größten sind.

3) Den Abtheilungen, die mehr gegeben haben, wird das, was sie mehr gaben, auf den folgenden Tag zu gut geschrieben; z. B. es trifft einer Abtheilung, die zu denen gehört, die die größten Brüche haben, 8 $^{94}/_{186}$ Mann, so muß sie 9 Mann geben, sie erhält aber dagegen auf den folgenden Tag $^{92}/_{186}$ Mann zu gut, weil sie am vorigen Tage gerade um so viel mehr, als sie es traf, gegeben hat, indem $^{94}/_{186} + ^{92}/_{186} = ^{186}/_{186} = 1$ Ganzen sind; jene Abtheilungen aber, die nur die sie treffenden Ganzen geben, erhalten das, was der allenfalsige Bruch betragt, auf den folgenden Tag zur Schuld; z. B. einer Abtheilung werden 8 $^{74}/_{186}$ Mann zurepartirt, sie giebt aber nur 8 Mann, so werden ihr $^{74}/_{186}$ zur Schuld geschrieben, weil $^{74}/_{186} + ^{112}/_{186} = ^{186}/_{186} = 1$ Ganzen sind;

4) Am folgenden Tage wird, nachdem die Repartition so bewerkstelliget ist, wie es unter Ziffer 1 dieses §. vorgeschrieben wurde, das, was die guthabenden Abtheilungen vom vorhergehenden Tage zu viel gegeben haben, von ih-

rem sie treffenden Quantum abgezogen, dagegen aber den Schuldhabenden das, was sie zu wenig gegeben haben, zu ihrem sie treffenden Quantum hinzugezählt;

5) Zur Probe bringt man alle Theile, die die einzelnen Abtheilungen geben, in eine Summe, und wenn diese gerade das erforderliche Quantum beträgt, so hat man die Repartition richtig gemacht.

I. Beispiel:

Ein Bataillon, welches aus einer Schützen- und 5 Füsilier-Kompagnien besteht, muß am 1ten Mai 45 Mann auf die Wache geben, — wie viel trifft es nun jede Kompagnie, wenn die Schützen-Kompagnie 30, die 1te Füs. 27, die 2te 24, die 3te 26, die 4te 31, und die 5te 29 Mann stark ist?

1) Man bringe die Mannschaft von allen 6 Kompagnien in eine Summe, welche 167 beträgt, und sage: „wenn von 167 Mann 45 Mann auf die Wache ziehen müssen, wie viel Mann muß die aus 30 Mann bestehende Schütz. Komp., die aus 27 Mann bestehende 1te Füs. Komp. ꝛc. dazu geben?“

2) Nach der geraden Regel-Detri verfahre man nun, und setze die Summe der Mannschaft aller Komp. als erstes, das von selben zu gebende Quantum als zweites, die Stärke jeder einzelnen Kompagnie als drittes, und x als viertes Glied, wie hier folgt:

Schützen = Kompagnie

167	45	30	x?
	×30		
	1350		
	: 167	8 14/167 Mann	
	1336		
Rest	-- 14		

1te Füsilier = Kompagnie

167	45	27	x?
	×27		
	315		
	90		
	1215		
	: 167	7 46/167 Mann	
	1169		
Rest	-- 46		

2te Füsilier = Kompagnie

167	45	34	x?
	×24		
	180		
	90		
	1080		
	: 167	6 78/167 Mann	
	1002		
Rest	-- 78		

3te Füsilier-Kompagnie.

167 45 26 x?

×26

270
90

1170 : 167 | 7 $^{1}/_{167}$ Mann
1169

Rest ---1

4te Füsilier-Kompagnie

167 45 31 x?

×31

45
135

1395 : 167 | 8 $^{59}/_{167}$ Mann
1336

Rest --59

5te Füsilier-Kompagnie

167 45 29 x?

×29

405
90

1305 : 167 | 7 $^{136}/_{167}$ Mann
1169

Rest -136

3) Zur Probe bringe man die bei allen 6 Kompagnien gefundene Mannschaft, die es auf die Wache trifft, in eine Summe, welche, wenn die Rechnung richtig ist, wieder die ganze Mannschaft, d. i., 45 Mann, die das Bataillon zu geben hat, betragen muß.

Schütz.	Komp.	8	$^{14}/_{167}$	Mann
1 Füs.	=	7	$^{46}/_{167}$	=
2 =	=	6	$^{78}/_{167}$	=
3 =	=	7	$^{1}/_{167}$	=
4 =	=	8	$^{59}/_{167}$	=
5 =	=	7	$^{136}/_{167}$	=
Sume des ganzen Wache-Quant.		45		Mann.

Anmerkung: Man bringe die sämmtlichen Zähler in eine Summe, und dividire diese mit dem Nenner; der gefundene Quotient wird mit den schon vorhandenen Ganzen jedesmal, wenn die Berechnung richtig ist, das ganze Quantum betragen.

4) Man hat gefunden, daß in den Brüchen 2 Ganze stecken, und daß die 2te und 5te Füs. Kompagnie die größten Brüche haben, daher diese beiden Komp., jede um einen Mann mehr geben müssen (§. 115. Ziffer 2.), als ihnen zurepartirt sind, wofür erstere $^{89}/_{167}$ und leztere $^{31}/_{167}$ Mann auf den 2ten Mai zu gut geschrieben bekömmt, dagegen aber werden der Schützen-Kompagnie $^{14}/_{167}$, der 1ten Füs. $^{46}/_{167}$, der 3ten Füs. $^{1}/_{167}$, und der 4ten Füs. $^{59}/_{167}$ Mann auf den 2ten Mai zur Schuld geschrieben.

II. Beispiel:

Man betrachte dieses Beispiel als Fortsetzung von dem des vorhergehenden Tages.

1) Man nehme an, daß bei der Schützen-Kompagnie 1 Mann ins Spital gekommen ist,

daher dieselbe am 2ten Mai aus 29 Mann besteht. Der Stand der 1ten, 2ten und 3ten Füs. Komp. ist der gestrige. Bei der 4ten Füs. Komp. wurden 3 Mann beurlaubt, und 2 kamen als krank in das Spital, weswegen dieselbe heute nur 26 Mann stark ist. Bei der 5te Füs. Komp. ist 1 Mann vom Kommando eingerückt, daher sie aus 30 Mann besteht.

2) Der dienstmachende Stand besteht also aus 162 Köpfen.

3) Nach Ziffer 2 des vorigen Beispieles verfahre man nun, wie hier folgt:

Schützen = Kompagnie.

162 45 29 x?

×29

405
90

1305
: 162 | $8\,{}^{9}/_{162}$ Mann.
1296

Rest --- 9

1te Füsilier = Kompagnie

162 45 27 x?

×27

315
90

1215
: 162 | $7\,{}^{81}/_{162}$ Mann.
1134

Rest -- 81

2te Füsilier-Kompagnie

162 45 24 x?

```
   45
  ×24
 ----
  180
  90
 ----
 1080 |
:162  | 6 108/162 Mann.
  972 |
 ----
Rest 108
```

3te Füsilier-Kompagnie

162 45 26 x?

```
   45
  ×26
 ----
  270
  90
 ----
 1170 |
:162  | 7 36/162 Mann.
 1134 |
 ----
Rest --36
```

4te Füsilier-Kompagnie

162 45 26 x?

```
   45
  ×26
 ----
  270
  90
 ----
 1170 |
:162  | 7 36/162 Mann.
 1134 |
 ----
Rest --36
```

5te Füsilier-Kompagnie

162	45	30	x?
	×30		
	1350		
	: 162	8 54/162 Mann.	
	1296		
	Rest -- 54		

4) Zur Probe bringe man wieder das, was man bei allen 6 Kompagnien gefunden hat, in eine Summe, wie hier folgt:

Schütz.	Komp.	8 9/162	Mann
1te Füs.	=	7 81/162	=
2te =	=	6 108/162	=
3te =	=	7 36/162	=
4te =	=	7 36/162	=
5te =	=	8 54/162	=

Sume des ganzen Wache-Quant. 45 Mann.

5) Nun ziehe man bei den Komp., die vom vorhergehenden Tag etwas zu gut haben, das, was dieses Guthaben beträgt, ab, bei jenen Komp. aber, die Schuld haben, zähle man das, was diese Schuld ausmacht, hinzu, wie hier folgt:

	Trifft heute	Von Gestern Gut	Von Gestern Schuld	Trifft nach Abzug des Guthabens o. Beinahme der Schuld
Schütz. Kp.	8 9/162	—	14/167	8 23/162
1te Füs. =	7 81/162	—	46/167	7 127/162
2te = =	6 108/162	89/167	—	6 19/162
3te = =	7 36/162	—	1/167	7 37/162
4te = =	7 36/162	—	59/167	7 95/162
5te = =	8 54/162	31/167	—	8 23/162

Die Ganzen, die sich jezt, nachdem das

Guthaben abgezogen, oder die Schuld hinzugezählt ist, vorfinden, betragen 43 Mann, und somit um 2 weniger, als auf die Wache erforderlich sind. Die 2 Komp., die nun wieder die größten Brüche haben, müssen jede um einen Mann mehr geben; diese sind die 1te und 4te Füs. Komp., daher jene auf den 3ten $^{35}/_{162}$ und diese $^{67}/_{162}$ zu Gut bekömmt. Die 4 übrigen Kompag. erhalten aber alle das, was ihre oben in der 4ten Kolonne stehenden Brüche betragen, zur Schuld.

Es muß daher die Schützen-Kompag. 8, die 1te Füs. Kompag. 8, die 2te 6, die 3te 7, die 4te 8, und die 5te auch 8 Mann geben, welche zusammen die erforderlichen 45 Mann betragen.

III. Beispiel:

Man setze in diesem Beispiele das vorige wieder fort.

1) Man nehme an, daß bei der Schützen-Kompagnie 1 Mann aus Urlaub eingerückt sei, daher diese Kompagnie am 3ten aus 30 Mann besteht; der Stand der 5 übrigen Kompagnien ist der gestrige.

2) Die ganze dienstmachende Mannschaft besteht also aus 163 Mann.

3) Nach Ziffer 2. des I. Beispieles dieses §. verfahre man nun wie hier folgt:

Schützen-Kompagnie

163 45 30 x?

×30

1350
: 163 | $8\,^{46}/_{163}$ Mann.
1304

Rest -- 46

1te Füsilier = Kompagnie.

```
163      45          27          x?
        ×27
       ----
        315
         90
       ----
       1215 |
      : 163 |  7 74/163 Mann.
       1141 |
       ----
Rest  --74
```

2te Füsilier = Kompagnie.

```
163      45          24          x?
        ×24
       ----
        180
         90
       ----
       1080 |
      : 163 |  6 102/163 Mann.
        978 |
       ----
Rest    102
```

3te Füsilier = Kompagnie

```
163      45          26          x?
        ×26
       ----
        270
         90
       ----
       1170 |
      : 163 |  7 29/163 Mann.
       1141 |
       ----
Rest  --29
```

4te Füsilier-Kompagnie

163 45 26 x?

$$
\begin{array}{r}
45 \\
\times 26 \\
\hline
270 \\
90 \\
\hline
1170 \\
:163 \\
1141 \\
\hline
\end{array}
\quad 7\,{}^{29}/_{163}\ \text{Mann.}
$$

Rest --29

5te Füsilier-Kompagnie

163 45 30 x?

$$
\begin{array}{r}
45 \\
\times 30 \\
\hline
1350 \\
:163 \\
1304 \\
\hline
\end{array}
\quad 8\,{}^{46}/_{163}\ \text{Mann.}
$$

Rest --46

4) Zur Probe bringe man wieder alle Quotienten, die man bei den 6 Kompagnien gefunden hat, welche das ganze Wache-Quantum betragen müssen, in eine Summe, wie hier folgt:

Schütz. Komp.	8	$^{46}/_{163}$	Mann
1te Füs. =	7	$^{74}/_{163}$	=
2te = =	6	$^{102}/_{163}$	=
3te = =	7	$^{29}/_{163}$	=
4te = =	7	$^{29}/_{163}$	=
5te = =	8	$^{46}/_{163}$	=
Sume des ganzen Wache-Quant.	45		Mann.

5) Nun ziehe man bei den Kompagnien, die vom vorhergehenden Tage etwas gut haben, das, was das Guthaben beträgt, ab, bei jenen Kompagnien aber, die Schuld haben, zähle man das, was diese Schuld ausmacht, hinzu, wie hier folgt:

	Trifft heute	Von Gestern Gut	Schuld	Trifft nach Abzug des Guthabens o. Beinahme der Schuld
Schütz. Kp.	8 46/163	—	23/162	8 69/163
1te Füs. =	7 74/163	35/162	—	7 39/163
2te = =	6 102/163	—	19/162	6 121/163
3te = =	7 29/163	—	37/162	7 66/163
4te = =	7 29/163	67/162	—	6 125/163
5te = =	8 46/163	—	23/162	8 69/163

Die Ganzen, die sich nun, nachdem das Guthaben abgezogen, oder die Schuld hinzugezählt ist, vorfinden, betragen 42 Mann, und somit um 3 Mann weniger, als auf die Wache erforderlich sind. Die 3 Kompag., die die größten Brüche haben, müssen wieder, jede um 1 Mann, mehr geben; diese sind: die Schützen-, die 2te, und 4te Füs. Kompag., daher die erste auf den 4ten 94/163, die andere 42/163, und die lezte 38/163 zu gut bekömmt. Die übrigen 3 Komp. erhalten aber das, was ihre oben in der 4ten Kolonne stehenden Brüche betragen, zur Schuld.

Auf diese Weise wird nun mit der Repartition von einem Tag auf den andern fortgefahren, wozu man sich, um das Ganze in einer größeren Ordnung zu erhalten, und von der Sache

einen richtigen Ueberblick zu bekommen, immer eine Tabelle auf einen ganzen Monat nach folgendem Schema anlegen muß:

Datum	Kompagnie	Hat präsent	Die ganze präs. Mannsch. des Bataillons beträgt	Tägliches Wache-Quant.	Treffen demnach	Von Gestern		Treffen nach Abzug des Guthabens oder Beinahme der Schuld	Giebt also	Summe
						Gut	Schuld			
1ten Mai	1. S.	30	167	45	8 14/167	—	—	8 14/167	8	45
	1. F.	27			7 46/167	—	—	7 46/167	7	
	2. =	24			6 78/167	—	—	6 78/167	7	
	3. =	26			7 1/167	—	—	7 1/167	7	
	4. =	31			8 59/167	—	—	8 59/167	8	
	5. =	29			7 136/167	—	—	7 136/167	8	
2ten Mai	1. S.	29	162	45	8 9/162	—	14/167	8 23/162	8	45
	1. F.	27			7 81/162	—	46/167	7 127/162	8	
	2. =	24			6 108/162	39/167	—	6 19/162	6	
	3. =	26			7 36/162	—	1/167	7 37/162	7	
	4. =	26			7 36/162	—	59/167	7 95/162	8	
	5. =	30			8 54/162	31/167	—	8 23/162	8	
3ten Mai	1. S.	30	163	45	8 46/163	—	23/162	8 69/163	9	45
	1. F.	27			7 74/163	35/162	—	7 39/163	7	
	2. =	24			6 102/163	—	19/162	6 121/163	7	
	3. =	26			7 29/163	—	37/162	7 66/163	7	
	4. =	26			7 29/163	67/162	—	6 125/163	7	
	5. =	30			8 46/163	—	23/162	8 69/163	8	

Anmerkung: 1) Diese Methode, den Wache-Dienst zu repartiren, ist eine der richtigsten, da derselbe alle Tage, nach dem Verhältniß der Stärke der einzelnen Abtheilungen zum Ganzen, ausgeschieden wird.

2) Es werden zwar bei dieser Verfahrungsart, beim Abziehen des Guthabens, oder der Beinahme der Schuld die Brüche nicht unter gleiche Benennung gebracht, sondern es wird immer am folgenden Tage, der Nenner des vorhergehenden als ein solcher betrachtet, wie der des folgenden Tages ist. Z. B. bei der 1ten Füs. Kompag. ergab sich am 1ten der Bruch $^{46}/_{167}$, und am 2ten nahm man an, als man dieser Kompagn. $^{46}/_{167}$, die sie am vorigen Tage zu wenig gegeben hatte, als Schuld dem sie heute treffenden Quantum beinahm, daß diese Schuld aus $^{46}/_{162}$ Mann bestehe, weil auch der heutige Nenner bei allen Kompagnien 162 ist.

Wenn man die Brüche, die sich fast immer ergeben, jederzeit unter gleiche Benennung bringen wollte (§. 87.), so würde man unendlich viele Zahlen brauchen; um aber diese Weitläufigkeiten zu vermeiden, darf man mit den Brüchen nur so verfahren, wie hier gesagt wurde, und man wird finden, wenn man z. B. am Ende eines Monats das ganze Wache-Quantum, welches ein Bataillon im Verlaufe desselben geben mußte, in eine Summe bringt, und eben so von jeder Kompagnie die präsente Mannschaft summirt, und sodann selbe von allen 6 Kompag. zusammenzählt, und sagt: „das ganze Bataillon mußte so viel geben, wie viel traf es der N. Kompagnie?“ daß das von jeder einzelnen Kompagnie gegebene Wache-Quantum im Verhältniß zum Ganzen steht.

3) Ergiebt sich im Präsentstand eine große Veränderung, z. B. bei einer allgemeinen Einberufung aus dem Urlaub, oder umgekehrt, wenn durch eine ausserordentliche Veranlassung der

Präsentstand um vieles verkleinert wird, so ist es rathsam, die Repartition von neuem anzufangen, indem in solchen Fällen die Nenner bei den vorkommenden Brüchen in einem zu großen Mißverhältnisse zusammen stehen; hauptsächlich ist dieses bei einer bedeutenden Verminderung des Präsentstandes anzuempfehlen.

4) Oefters treten Fälle ein, daß der vom vorhergehenden Tage zu gut geschriebene Bruch größer ist, als jener, der sich am folgenden Tage ergiebt, wie es oben im III. Beispiele bei der 4ten Füs. Kompagnie der Fall war; diese Kompagnie hatte vom 2ten $^{67}/_{162}$ Mann gut, und mußte nach der Repartition des 3ten an diesem Tage 7 $^{29}/_{163}$ Mann geben. Weil man den guthabenden Zähler 67 von dem Zähler 29 nicht abziehen konnte, so mußte man 1 von den 7 Ganzen entlehnen, dieses in den Bruch $^{163}/_{163}$ verwandeln, die vorhandenen $^{29}/_{163}$ dazu addiren, wodurch man $^{192}/_{163}$ bekam, und dann $^{67}/_{163}$ davon abziehen, weswegen man das Resultat erhielt, daß es diese Kompag. am 3ten 6 $^{125}/_{163}$ Mann auf die Wache zu geben traf; da aber die an diesem Tage gefundenen Ganzen das erforderliche Quantum nicht betrugen, und diese Kompag. eine von denen war, die die größten Brüche hatten, so mußte sie 7 Mann geben.

5) Hat eine Kompag. vom vorhergehenden Tage einen Bruch zur Schuld geschrieben erhalten, der mit dem des folgenden Tages ein Ganzes ausmacht, so wird das Ganze herausgezogen, und zu den vorhandenen Ganzen geschrieben, und nur der noch bleibende Rest als Bruch angesezt. Z. B. es hat eine Kompag. vom vorhergehenden Tage $^{92}/_{162}$ Mann Schuld, und es trifft sie am folgenden Tage 7 $^{74}/_{163}$ Mann zu geben, so betragen die Zähler dieser beiden Brüche 166, folglich ein Ganzes und $^{3}/_{163}$, weshalb diese Kompagnie am folgengenden Tage 8 $^{3}/_{163}$ Mann geben muß.

6) Eine besondere Aufmerksamkeit ist beim

Abziehen des Guthabens und bei der Beinahme der Schuld anzuempfehlen, indem man da deswegen keine Probe machen kann, weil die Brüche nicht unter gleiche Benennung gebracht werden, und sich leicht, wenn man nicht allen Fleiß anwendet, Fehler einschleichen können.

7) Die Gefreiten werden gewöhnlich besonders repartirt; sie können aber auch füglich unter die gemeinen Soldaten gebracht werden, wenn vom Adjutanten, der die Repartition in der Regel besorgt, den Kompagnien gesagt wird, welche die Gefreiten zu geben haben.

§. 116.

i) Beispiele zur Uebung.

I.

Drei Kaufleute gewinnen zusammen 8000 fl. 40 kr.; A machte hiezu den Beitrag von 4000 fl. 20. kr., B von 6000 fl. 24. kr., und C von 1000 fl. 30 kr., — was trifft nun jedem seiner Einlage gemäß?

II.

Vier Personen gewinnen mit einander 4780 fl. 30 kr.; die Person A hat dazu auf 4 Monate 3000 fl., B auf 8 Monate 8000 fl., C auf 9 Monate 5000 fl., und D auf 1 Jahr 3000 fl. hergegeben, — was trifft nun jeder dieser Personen?

III.

a) Wie viel Duodezimal □ Zoll geben 2000 Dezimal □ Zoll?

b) Wie viel Dezimal □ Zoll geben 5460 Duodezimal □ Zoll?

c) Wie viel Duodezimal-Kubikzoll geben 7894 Dezimal-Kubikzoll?

d) Wie viel Dezimal-Kubikzoll geben 1200 Duodezimal-Kubikzoll?

IV.

Vier Personen erben mit einander unter der Bedingung 33000 fl., daß die zweite zweimal so viel als die erste, die dritte dreimal so viel als die zweite, und die vierte Person viermal so viel als die dritte bekommen soll, — wie groß ist nun der Antheil eines jeden Erben?

Anmerkung: 1) Es könnten hier noch viele, im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle angeführt werden; allein der Raum erlaubt es nicht. Wer übrigens das, was bisher von der Regel-Detri gesagt wurde, richtig aufgefaßt hat, wird bei der Auflösung anderer zur Regel-Detri gehörigen Aufgaben nicht mehr in Verlegenheit kommen.

2) Das am Ende des vorigen Hauptstückes allegirte Werk, benützte ich auch größtentheils wieder bei der Bearbeitung des gegenwärtigen.

(Ende des ersten Theiles).

Wesentliche Druckfehler,

welche bisher in diesem Theile bemerkt wurden.

Seite	Zeile	von	statt	lese man
1	12	oben	Pfuude	Pfunde
7	=	unten	lehrt	lernt
8	8	oben	mann	man
9	=	unten	gesetzten	gesezten
=	=	=	der	den
=	7	=	=ten	=ter
10	=	=	keine	kein
14	2	oben	bedeudet	bedeutet
15	9	unten	Strick	Strich
16	1	=	iebenzig	siebenzig
17	9	oben	niedere	niederen
18	9	=	das	daß
=	16	=	vlei	viel
19	1	=	,	;
20	7	=	gebene	gegebene
22	6	=	setze	setze man
23	9	=	Summa	Summe
26	12	=	355.000	354.000
=	16	=	380.000	386.000
27	10	=	Subtration	Subtraktion
30	6	unten	die	das
37	2	=	Geoqraphie	Geographie
47	2	=	Nulle	Stelle
62	10	oben	das	daß
63	13	=	11.416 ¾	11.419 ¾
64	11	unten	Zahlen	Ziffern
69	1	oben	276	267
70	10	=	$68^{3.873}/_{5.060}$	$68^{3.873}/_{5.600}$
=	19	=	$2.528^{37}/_{100}$	$2.538^{37}/_{100}$
80	2	unten	angeben	anzugeben
82	11	=	$228266^{6}/_{10}$	$22826^{6}/_{10}$

Seite	Zeile	von	statt	lese man
87	2	oben	franòzsische	französische
=	10	unten	daß	das
90	2	=	Gedraid=	Getraid=
93	8	=	Vei	Bei
94	5	=	Troygewichte	Troygewicht
96	4	=	1165 168/1000	11655 168/1000
101	4	oben	Stunde	Stunden
166	10	=	werhältnisse	Verhältnisse
=	11	=	Verden	werden
176	17	=	Veränderungen	Veränderung
218	4	=	=ne	=nen
225	10	unten	horizantale	horizontale

Anmerkung:

1) Sollte man in diesem Theile noch wesentliche Druckfehler finden, so werden sie im zweiten Theile verbessert werden.

2) Kleinere Druckfehler, so wie auch Verstöße gegen die Interpunktion, beliebe der aufmerksame Leser selbst zu verbessern.

3) Der größere Theil der hier bemerkten Druckfehler kommt nur in wenigen Exemplaren vor, da selbe meistens noch während des Druckes verbessert wurden.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Pack, A.

Anleitung zur Rechenkunst und praktischen Geometrie, in so ferne leztere die Vermessung und Berechnung der Linien und Flächen betrifft zunächst für die Regiments-Schulen der königlich baierischen Armee, und zum Selbstunterrichte
Bd.: 1

Kempten 1824

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Prü.635(1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11113100-4